PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 13. 1. Juli 1916. Redaktionsschluß für No. 14 am 8. Juli 1916. 17. Jahrgang.

INHALT:

Dem Andenken der im Kriege gefallenen deutschen Physiker.
Mathias Cantor. Von W. Wien. S. 265.

Originalmitteilungen:
J. Elster u. H. Geitel, Über Stromschwankungen in Vakuumröhren bei Gegenwart von Alkalimetallen, ihre Bedeutung für den Entladungsvorgang und für die Messung äußerst kleiner Lichtintensitäten. S. 268.
P. Debye u. P. Scherrer, Interferenzen an regellos orientierten Teilchen im Röntgenlicht. I. S. 277.
F. Nölke, Ergänzung zu dem Aufsatze über die Fortpflanzungseigentümlichkeiten des Schalles. S. 283.
W. Voigt, Fragen der Pyro- und Piezoelektrizität der Kristalle. I. Vorkommen und Eigenschaften der zentrisch-symmetrischen Erregungen. S. 287.

Besprechungen:
H. Leiser, Die Welt der Kolloide. S. 294.
E. Leyst, Variationen und Störungen des Erdmagnetismus. S. 294.
J. Goldschmied, Handbuch der voraussetzungslosen Fundamentalwissenschaft. S. 294.
A. Cohen-Kysper, Die mechanischen Grundgesetze des Lebens. S. 295.
L. Wunder, Physik für Lehrer. S. 296.
H. Boruttau, Die Arbeitsleistungen des Menschen. S. 296.
K. Kraus u. H. Böttger, Grundriß der Chemie. S. 296.

Personalien. S. 296.

Dem Andenken der im Kriege gefallenen deutschen Physiker.

Mathias Cantor.

Von W. Wien.

Am 23. Mai starb an den Folgen einer schweren Verwundung, die er durch eine italienische Minensprengung in den Dolomiten erlitten hatte, Mathias Cantor, a. o. Professor der theoretischen Physik an der Universität Würzburg. Österreicher von Geburt und Gesinnung, war er freiwillig zu seinen Fahnen geeilt, als die Italiener ihren Bundesgenossen in den Rücken fielen und die geliebten Tiroler Berge bedrohten. Wie in Österreich selbst war der Krieg so lange er mit Serbien und Rußland zu führen war, auch von Cantor nur als bittere Notwendigkeit empfunden. Aber als die Italiener glaubten die Gelegenheit benutzen zu können, um sich von der Donaumonarchie alle längst begehrten Landstriche zu holen, erwachte der österreichische Staatsgedanke in voller, von niemandem geahnter Stärke und vollbrachte die Leistungen, die Freund und Feind in Erstaunen setzten.

Mathias Cantor

Cantor verschmähte es, sich seiner Stellung und seinem Alter entsprechend verwenden zu lassen. Er wollte als Soldat dienen und stieg als solcher durch seine Tapferkeit und Tüchtigkeit schnell empor. Kurz vor seinem Tode wurde ihm noch die große Tapferkeitsmedaille verliehen. Im Winter schrieb er mir aus dem Hochgebirge:

„Es ist ein frisches, erquickendes Arbeiten in der herrlichen Bergluft, mitten in einer Landschaft, welche eine unbegreifliche Fülle von wundervollen Formen und Farben darbietet. Und dann fühlt man sich auch getragen von dem Strom des großen Geschehens, dessen Wellen auch an unserm Gestade spielen."

Mit Cantor ist ein eigenartiger Physiker dahingegangen. Er war besonders der jüngeren Generation der Fachgenossen fremd geworden, weil er seit Jahren wenig veröffentlichte und alle wissenschaftlichen Zusammenkünfte mied. So werden nur wenige sich ein Urteil über ihn und seine wissenschaftliche Persönlichkeit bilden können.

Cantors Leben wurde durch eine leidenschaftliche Liebe zur Wissenschaft und besonders zur Physik bestimmt. Das Feuer seiner Begeisterung für physikalische Erkenntnis loderte auch bei vorgerückten Jahren unvermindert fort und es ist kein Widerspruch in der Behauptung, daß diese Gesinnung ihn in der wissenschaftlichen Arbeit hinderte. Er schätzte nur wahren wissenschaftlichen Fortschritt und war der entschiedenste Gegner mittelmäßiger, mit sich selbst zufriedener Tätigkeit. So war er der schärfste Kritiker an sich und andern und nur wenige Abhandlungen, die einen wirklichen und sicher begründeten Fortschritt enthielten, ließ er gelten. Diese geistige Art konnte nicht häufig den eignen Ansprüchen genügen und daher hatte der Widerspruch zwischen Wollen und Vollbringen, welcher Enttäuschung und Verstimmung in jedes, auch das bedeutendste, wissenschaftliche Leben trägt, bei ihm einen Gegensatz von tragischer Gewalt geschaffen. Weit über Durchschnittsmaß befähigt, hätte er an der wissenschaftlichen Arbeit seiner Zeit lebhafteren Anteil nehmen können, wenn er sich seine Ziele nicht zu hoch gesetzt hätte. Während es meistens ein Jugendfehler ist, sich an die allerschwierigsten und unlösbaren Probleme zu wagen, hat Cantor diese Jugendlichkeit bis zuletzt behalten. Wenn er dann eine schwere Arbeit, die keine ihn befriedigenden Ergebnisse ergeben hatte, zurückstellte, kam es vor, daß er zur Ablenkung und Abspannung Experimente anstellte, deren Veröffentlichung ein ganz falsches Bild seiner wissenschaftlichen Arbeitsweise gab. Als er im Jahre 1903 von Straßburg nach Würzburg berufen wurde, traf er in größter Begeisterung und voller Hoffnung ein. Es lag nicht zum wenigsten an der Richtung, welche die Forschung genommen hatte, daß diese Erwartungen sich nicht erfüllten. Er hatte als Chemiker angefangen und war zur Physik übergegangen. Als Schüler Boltzmanns wurde er mit den neuen Grundlagen der elektromagnetischen Theorie und der statistischen Mechanik vertraut. Dann war er lange Jahre Assistent und Mitarbeiter von Braun. Er veröffentlichte sehr wichtige Untersuchungen über Kapillarität, untersuchte den Druck von Gasen bei gleichzeitiger chemischer Reaktion und zeigte sich als vielseitiger Forscher sowohl auf theoretischem wie experimentellem Gebiet. Mit der alten klassischen Theorie der Physik war er verwachsen und besonders lagen ihm Probleme, bei denen aus feststehenden Theorien sich durch rein mathematische Methoden sichere Folgerungen ziehen lassen.

Als er nach Würzburg kam, hatte die physikalische Forschung vielfach neue Bahnen eingeschlagen. Die neuen Strahlenarten herrschten auf experimentellem, die Elektrodynamik bewegter Körper und die Theorie der Wärmestrahlung auf theoretischem Gebiet vor. Cantor konnte sich mit diesen Methoden nicht befreunden; die bei der Neuheit der Gebiete unvermeidliche Unsicherheit in der Deutung der Beobachtungen gefiel ihm nicht. Vollends ablehnend verhielt er sich gegenüber den auf den inneren logischen Aufbau zunächst Verzicht leistenden Theorien, wie der Quantentheorie. Die Relativitätstheorie interessierte ihn sehr, genügte ihm aber nicht in ihrer Begründung. Er arbeitete eine ganz andere, auf

die Längenmessung durch optische Beobachtungen gegründete Theorie aus, konnte sich aber nicht zur Veröffentlichung entschließen. Es hätte nahe gelegen, daß Cantor seine eingehende Kenntnis der Boltzmannschen statistischen Theorie zur Bearbeitung der vielen Spezialprobleme auf diesem Gebiet anwendete, die später so große Bedeutung erlangten wie die Brownsche Bewegung und die Knudsenschen Gasströmungen. Aber er wollte keine zweifelhaften Hypothesen machen, wie sie nötig sind, um die Durchführung der Rechnungen zu ermöglichen und den Beobachtungen sich anzupassen. Auch hier war er nicht zu bewegen, seine Untersuchungen für die Veröffentlichung abzuschließen. Eine Fülle wissenschaftlicher Ideen und Anregungen würden ans Licht kommen, wenn seine Arbeiten gesichtet und veröffentlicht werden könnten. In den letzten Jahren beschäftigte sich Cantor, dessen Vielseitigkeit erstaunlich war, mit der Verbesserung der Explosionsmotoren. Er ging von dem richtigen Gedanken aus, daß die gewöhnlichen Motoren den großen Nachteil haben, daß die Geschwindigkeit im Moment des höchsten Drucks Null ist, so daß der hohe Druck nicht zur Arbeitsleistung ausgenutzt wird. Natürlich stieß er auf die Schwierigkeiten, seine Ideen konstruktiv auszuführen. Durch den Krieg wurde diese Arbeit unterbrochen. Auch trug er sich mit Plänen, die Sublimation im hohen Vakuum zu untersuchen, weil er hoffte, Aufschluß über die Kristallisationskraft zu erhalten.

Wie Cantor sich bei wissenschaftlichen Problemen nicht genug tun konnte an Strenge der Beweisführung und dadurch häufig bis zu den Wurzeln der Erkenntnis geführt wurde, so war er in seinen Vorlesungen unermüdlich in dem Bestreben, seinen Schülern volle Klarheit zu verschaffen. Es war ihm unmöglich, unfertige oder logisch lückenhafte Theorien vorzutragen. Er verwendete ungemein viel Arbeit und Sorgfalt auf die Vorlesungen und übernahm kein Referat für das Kolloquium, für das er sich nicht auf das sorgsamste vorbereitet hätte.

Cantor war immer seine eigenen Wege in der Wissenschaft gegangen und dadurch einsam geworden, und doch litt er an dieser selbstgewählten Einsamkeit. Seine ungebrochene Begeisterungsfähigkeit, die Überzeugung, daß die Idee das Höchste ist, ließ ihn in der kriegerischen Zeit für sein Vaterland die Waffe ergreifen und im harten Ausharren im winterlichen Hochgebirge Zufriedenheit finden. Als er durch Steinschlag einer italienischen Minensprengung am Kopf verwundet war, hielt er noch mehrere Tage aus, um seinen Nachfolger zu instruieren, ehe er sich ins Lazarett schaffen ließ. Wahrscheinlich hätte er gerettet werden können, wenn er sich gleich in ärztliche Behandlung begeben hätte.

So ist ein Leben, das voll von inneren Kämpfen war, im äußeren Kampf gegen den Feind des Vaterlandes zu versöhnendem Abschluß gekommen.

Die Zurückbleibenden werden sich der Erkenntnis nicht verschließen, daß das schlichte Heldentum nicht leicht hoch genug gewertet werden kann. Wir können nicht wissen, welche Kämpfe in Zukunft durch die Mißgunst unserer Feinde uns noch bevorstehen. Und für diese brauchen wir Männer von heldenhafter Gesinnung, die in Krieg und Frieden bereit sind, für Ideale zu kämpfen und das eigne Leben dem der Gesamtheit aufzuopfern.

W. Wien.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über Stromschwankungen in Vakuumröhren bei Gegenwart von Alkalimetallen, ihre Bedeutung für den Entladungsvorgang und für die Messung äußerst kleiner Lichtintensitäten.

Von J. Elster und H. Geitel.

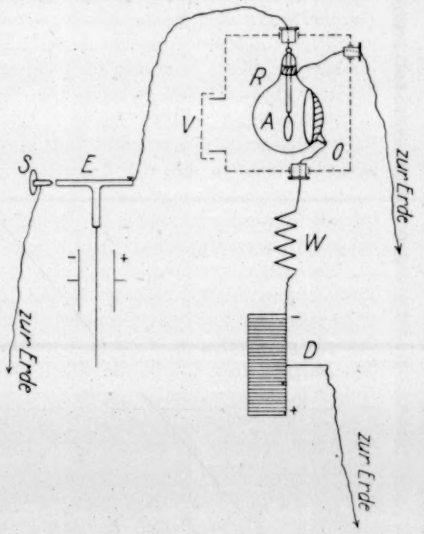
In einer früheren Abhandlung[1]) haben wir die gelegentliche Wahrnehmung erwähnt, daß in dunkel gehaltenen photoelektrischen Alkalimetallzellen, sobald die zur Beschleunigung der Photoelektronen angelegte Potentialdifferenz nahe an diejenige herankommt, bei der die kontinuierliche leuchtende Entladung durch das die Zelle erfüllende Gas einsetzt, Stromstöße auftreten, die an einem an die Zelle angeschlossenen Elektrometer bemerkbar werden. Stromschwankungen ähnlicher Art sind schon von E. Meyer[2]) unter dem Einfluß der γ-Strahlen des Radiums an Luftkondensatoren bei niedrigen Drucken beobachtet. Das Wesentliche in unseren Versuchen liegt darin, daß die Stromstöße auch ohne Radiumpräparat auftreten; nähert man ein solches der Zelle oder läßt die geringste Spur Licht einfallen, so vermehrt sich die Häufigkeit der Stöße unter gleichzeitiger Abnahme ihrer Stärke, so daß selbst noch bei äußerst kleinen Beleuchtungsintensitäten der Elektrometergang schon gleichförmig wird.

Wir haben diese Erscheinung nach zwei Richtungen hin verfolgt, indem wir einerseits die Bedingungen untersuchten, unter denen sie zustandekommt, andrerseits die ungemeine Empfindlichkeit feststellten, mit der sie die geringsten Spuren von Licht anzeigt. Der erste Teil der Untersuchung hat zu einigen Aufschlüssen über den Vorprozeß der leuchtenden Entladung in Vakuumröhren überhaupt geführt, indem ein überraschend großer Einfluß gewisser Verunreinigungen der Elektrodenoberflächen nachgewiesen wurde, der zweite setzte uns in den Stand, die untere Grenze der Lichtempfindlichkeit der Photozellen wesentlich hinauszuschieben; in bestimmten Fällen über die des dunkel angepaßten Auges hinaus.

I.

Aus nebenstehender Figur geht die angewandte Schaltung hervor, die im übrigen der für Photozellen üblichen entspricht.

Der negative Pol einer Akkumulatorenbatterie B von 166 Zellen steht dauernd durch einen (nur zum Schutze dienenden) Widerstand W von 4000 Ω mit der lichtelektrischen Oberfläche O der Zelle (Silberkalotte mit darauf niedergeschlagenem Alkalimetall) in Verbindung. Der Gasinhalt der Zelle besteht in der Regel aus Argon von etwa 0,1 bis 0,5 mm Druck. Ein geerdeter Draht D kann durch einen beweglichen Kontakt mit beliebigen Elementen der Batterie in Verbindung gebracht werden, so daß eine stufenweise Erhöhung der beschleu-



nigenden Spannung um je 2 Volt bis zum Höchstbetrage von 332 Volt möglich ist. Erforderlichenfalls ließ sich durch Zuschalten einer Trockenbatterie (bestehend aus Elementen, wie sie bei Taschenlampen angewandt werden) oder auch der Spannung des städtischen Beleuchtungsnetzes eine weitere Vermehrung bis zu 650 Volt erreichen.

Der Anodendraht A der Zelle führt zu einem Einfadenelektrometer E (kleine Empfindlichkeit; etwa 10 Skt. = 1 Volt), das für gewöhnlich durch einen mittelst einer Schraube S herstellbaren Kontakt geerdet ist; kurz vor jeder Beobachtung wird durch eine kleine Drehung der Schraube die Erdung unterbrochen.

1) J. Elster u. H. Geitel, diese Zeitschr. **14**, 744, 1913.
2) Edgar Meyer, diese Zeitschr. **11**, 215, 1910.

Die Zelle ist in ein lichtdichtes, durch Natrium trocken gehaltenes Gehäuse mit abnehmbarem Verschlusse V eingebaut, ein außen um die Zelle gelegter geerdeter Schutzring R aus Stanniol verhindert das Überfließen freier Ladungen über die äußere Glaswand zum Elektrometer.

Hält man die an die Zelle gelegte Spannung tief (etwa 30 Volt) unter dem Entladungspotential, so steht bei vollkommenem Lichtabschluß der Elektrometerfaden fast ganz ruhig. Steigert man nun die Spannung durch schrittweises Zuschalten je eines Akkumulators, so erreicht man, bei Zellen, deren Belag aus Kalium oder Rubidium besteht, leicht den Punkt, bei dem das stoßweise Wandern des Elektrometerfadens auftritt. Um quantitativ vergleichbare Ergebnisse zu erhalten, kann man entweder die Anzahl Sprünge zählen, die der Faden macht, um einen bestimmten Ausschlag, etwa 30 Skt., zu erreichen, oder man leitet das Elektrometer durch einen sehr hohen (Xylol) Widerstand zur Erde ab und zählt die Fadenschwankungen, die in einer gegebenen Zeit erfolgen.

Die Größe der Sprünge und ihre Häufigkeit hängt sowohl von der Natur der Zelle (Gasdruck und Art des Alkalimetalls), wie von der angelegten Spannung ab. Während bei Kalium und Rubidium die Erscheinung mit großer Regelmäßigkeit auftritt, am deutlichsten, wenn seit der letzten Belichtung mindestens einige Minuten verflossen sind, ist sie anscheinend bei Natrium und auch bei Cäsium (letzteres Metall wurde nicht eingehend untersucht) schwerer zu erhalten; man muß näher an das Entladungspotential herangehen, und es kommt daher leicht vor, daß nach einigen Fadensprüngen die leuchtende Entladung einsetzt. Besonders häufig geschieht dies, unter vorhergehender starker Vermehrung der Sprünge, sobald man γ-Strahlen oder minimale Spuren von Licht auf die Zelle fallen läßt.

Auf Grund seiner Versuche an einem Kondensator, der mit Luft variabler Dichtigkeit erfüllt und den γ-Strahlen eines Radiumpräparats ausgesetzt war, hat E. Meyer[1]) eine Theorie der Erscheinung aufgestellt, die seinen Beobachtungen auch quantitativ gerecht wird. Nach dieser erreichen schon unterhalb des Entladungspotentials gewisse vereinzelte Elektronen im Gasraume eine genügend große freie Weglänge, so daß sie imstande sind beim Zusammenstoß mit Gasmolekülen diese in Ionen zu zerspalten. Die hierdurch vermehrte Ionenzahl führt die plötzliche Vergrößerung der Stromstärke im Kondensator herbei; jeder Stromstoß zeigt uns also an, daß hin und wieder einige Elektronen im Gasraume die zur Stoßionisation erforderliche Mindestweglänge unter der angelegten Potentialdifferenz zurückgelegt haben. Die aus dieser Auffassung sich ergebende Abhängigkeit der Größe der Stromschwankungen vom Gasdruck findet Meyer durch den Versuch gut bestätigt.

Läßt man γ-Strahlen von Radium auf einen Kondensator, oder Spuren von Licht auf eine Photozelle fallen, so ist die Herkunft der von der Theorie vorausgesetzten freien Elektronen ohne weiteres verständlich; im ersten Falle sind es die δ-Strahlen, die an den Wänden des Kondensators erregt werden, im zweiten die mit diesen ihrem Wesen nach übereinstimmenden Photoelektronen. Schwierigkeit macht das Verständnis der Stromschwankungen nur in dem Falle, daß sie an einer Zelle im Dunkeln und ohne Radiumstrahlung beobachtet werden. Bei den Zellen mit Kathodenflächen aus Kalium oder Rubidium könnte man an die eigene Radioaktivität dieser Metalle denken, deren Größenordnung derart ist, daß sie für den beobachteten Effekt vielleicht gerade noch ausreichen würde. Rechnet man die von diesen Metallen pro cm^2 ausgestrahlte Elektronenladung zu etwa 10^{-18} bis 10^{-19} Amp.[1]) so kommt man auf eine Emission von 1—6 Elektronen in der Sekunde für jedes Quadratzentimeter Oberfläche.

Es ist daher möglich, daß die natürliche Aktivität der beiden genannten Alkalimetalle die Ursache der Leichtigkeit ist, mit der man an Zellen aus diesem Material auch bei völligem Lichtabschluß die Stromstöße erhält. Da aber an Natriumzellen die gleiche Erscheinung, wenn auch vielleicht bei größerer Annäherung an das Entladungspotential auftritt, so durfte der eigentliche und wesentliche Grund nicht in der Aktivität des Zellenmaterials gesucht werden.

Der weitere Verlauf der Untersuchung ergab zunächst das unerwartete Resultat, daß die Gegenwart freien Alkalimetalls in den Zellen für das Zustandekommen der Erscheinung überhaupt nicht erforderlich zu sein schien. Ein einfacher Silberbelag als Kathode, ein Platindraht als Anode in einer Glaskugel und einer Argonatmosphäre von etwa 0,1 mm Druck gaben bei derselben Schaltung wie die Photozelle sprungweise Entladungen. Allerdings war ein Unterschied in dem Verhalten bemerkenswert. Während die Photozellen im allgemeinen ein niedriges Entladungspotential (etwa 120—180 Volt) zeigen, das sich im wesentlichen als

1) l. c. S. 219.

1) Vgl. E. Henriot, Le Radium **9**, 224, 1912.

konstant erweist, mußte an die Silberzelle zunächst eine weit höhere Potentialdifferenz (bis gegen 550 Volt) angelegt werden, um überhaupt die leuchtende Entladung darin einzuleiten. Sobald dies aber einmal geschehen war, sank das Entladungspotential sofort um etwa 100 Volt herab, und dicht unter dieser neuen Grenze zeigten sich nun erst die Stromstöße in voller Deutlichkeit. Zugleich ergab sich ein unverkennbarer Einfluß des zerstreuten Tageslichts oder künstlicher Beleuchtung; die Stromstöße, die im Dunkeln regelmäßig in Pausen von einigen Sekunden erfolgten, wurden bei Belichtung häufiger und flossen sogar in eine kontinuierliche Bewegung des Elektrometerfadens zusammen.

Durch die leuchtende Entladung war also mit der Silberzelle eine Veränderung vor sich gegangen, die sie in ihrem Verhalten einer Alkalimetallzelle ähnlich machte.

Ihre Empfindlichkeit gegen gewöhnliches Licht wies darauf hin, daß freies Alkalimetall in der Zelle vorhanden sein konnte. Da die Änderung in dem Verhalten der Zelle erst nach mindestens einmaligem Durchgange der leuchtenden Entladung gefunden wurde, so mußte, wenn Alkalimetall zugegen war, dieses erst durch jene Entladung in Freiheit gesetzt sein. Da bekanntlich die Spektralreaktion zeigt, daß alle mit der Luft in Berührung gewesenen Gegenstände Spuren von natriumhaltigem Staube an ihrer Oberfläche tragen, so war das gleiche von den Elektrodenflächen der Silberzelle anzunehmen. Gesetzt nun, diese Spuren von Alkaliverbindungen erlitten während der leuchtenden Entladung eine Zersetzung, so könnten auf diesem Wege sehr wohl kleine Mengen freien Natriums in die Zelle hineingelangen.

Um diesen Gedanken zu prüfen, stellten wir uns eine weitere Zelle mit Silberbelag als Kathode und Platinring als Anode her und ließen eine geringe Menge verdünnter Chlornatriumlösung (weniger als 1 mg *NaCl* enthaltend) auf der Silberfläche eintrocknen. Dann wurde die Zelle an die Pumpe gebracht und in bekannter Weise mit verdünntem Argon gefüllt. Weder im Tageslicht noch in dem durch eine 10 mm dicke Platte aus schwerem Flintglas (zur Absorption des Ultravioletts) filtrierten Lichte einer Quecksilberbogenlampe zeigte sie eine Spur photoelektrischer Empfindlichkeit, ebensowenig war bei fortgesetzter Steigerung der angelegten Potentialdifferenz ein regelmäßiges Springen des Elektrometerfadens zu erzielen. Sobald aber bei etwa 310 Volt die leuchtende Entladung einmal eingesetzt hatte, ließ sie sich nun schon bei der viel niedrigeren Spannung von 220 Volt einleiten. Durch diese Behandlung war die Zelle zugleich stark empfindlich gegen Tageslicht geworden (sie gab in mäßig hellem Lichte bis $3 \cdot 10^{-9}$ Amp.), auch die Stromstöße stellten sich bei Lichtabschluß in der Nähe des Entladungspotentials mit größter Regelmäßigkeit ein, und eine geringe Lichtzufuhr oder auch Radiumbestrahlung bewirkte das bekannte Anwachsen ihrer Häufigkeit. Größere Beleuchtungsstärken führten zu einer gleichförmigen Bewegung des Elektrometerfadens. Bei Umkehrung der Richtung des elektrischen Feldes in der Zelle behielt sie im wesentlichen ihre Lichtempfindlichkeit bei, die empfindliche Substanz mußte demnach sowohl an der Kathode wie an der Anode abgelagert sein.

Ganz dieselbe Wirkung erzielten wir durch Behandlung mit dem Glimmstrom an einer anderen Zelle, in der wir zuvor eine winzige Spur von Chlorkaliumlösung auf dem Silberbelage eindampfen ließen.

Die Sicherheit, mit der sich durch Einführung von Alkalisalzen in eine Zelle sowohl ihre Lichtempfindlichkeit wie die Stromschwankungen in der Nähe des Entladungspotentials mittelst der Glimmentladung hervorrufen lassen, macht es zweifellos, daß die stets an den Elektrodenflächen haftenden Spuren solcher Salze die Ursache der gleichen Erscheinung an nicht besonders vorbereiteten Zellen oder Entladungsröhren jeder Art sind.

Es dürfte schwierig sein, Elektroden von vollkommener Reinheit in Vakuumröhren einzuführen, da ja schon durch die Behandlung des Glases beim Einschmelzen Alkalidämpfe mit ihnen in Berührung kommen. So erwiesen sich auch Elektroden aus Aluminium nach Einleitung des Glimmstromes in Wasserstoff stark lichtempfindlich.

Dagegen erscheint es möglich, die Elektroden nachträglich mit einem alkalifreien Überzuge zu bekleiden, indem man, wie wir es bei Herstellung der Zink- und Kadmiumzellen angegeben haben[1]) aus einer Seitenkammer bei verhältnismäßig niedriger Temperatur Kadmium (oder auch Zink) im hohen Vakuum in die Zelle hineindestilliert. Solche mit Kadmium belegte Elektroden werden durch die leuchtende Entladung, die man nach Einleiten von Argon in der Zelle hervorruft, nicht lichtempfindlich gegen sichtbares Licht gemacht, sie büßen vielmehr einen Teil ihrer Ultravioletteempfindlichkeit, nämlich gerade gegen das weniger brechbare Ultraviolett, ein. Durch das Bedecken der Elektroden mit Kadmium

1) J. Elster u. H. Geitel, diese Zeitschr. 15, 3, 1914.

ist das Alkali zwar nicht beseitigt, aber doch der Einwirkung der Glimmladung entzogen.

Wenn im vorigen von einer Abscheidung freien Alkalimetalles durch den Glimmstrom die Rede war, so braucht man nicht notwendig an eine elektrolytische Zersetzung der Salze zu denken. Es können wohl auch thermische Dissoziationen vorkommen; beobachtet man doch häufig an den Elektroden Lichtbüschel, die das gelbe Licht des Natriumdampfes zeigen, und von denen aus Spuren des Metalls in den Gasraum gelangen mögen. Vorzugsweise kommen wohl die Veränderungen in Frage, die zuerst von Goldstein[1]) mit Hilfe von Kathodenstrahlen an Alkalisalzen hervorgerufen sind. Solche Salze zeigen die für das entsprechende kolloide Alkalimetall kennzeichnenden Färbungen und sind, wie wir vor längerer Zeit[2]) nachgewiesen haben, in ähnlicher Weise lichtempfindlich wie die Alkalimetalle selbst. Sie stehen in ihren Eigenschaften den Phosphoren nahe. Bei Zutritt von Luft und Feuchtigkeit sowie im hellen Lichte verschwinden die Färbungen langsam zugleich mit der lichtelektrischen Empfindlichkeit der Salze. In Übereinstimmung hiermit nimmt auch die lichtelektrische Empfindlichkeit der Elektroden von Vakuumzellen ab, die dem Glimmstrome ausgesetzt waren, sobald man sie mit Sonnenlicht einige Stunden lang bestrahlen läßt. Da es sich hier um molekulare Spuren zersetzter Substanz handelt, so werden auch äußerst kleine Mengen nicht indifferenten Gases in der Zelle, wie O, H und N, eine allmähliche Rückbildung des empfindlichen Belages (zu Oxyd, Hydrid oder Nitrid) herbeiführen können; tatsächlich tritt eine gewisse Empfindlichkeitsabnahme der nach obigem Verfahren präparierten Zellen auch im Dunkeln ein. Durch wiederholte Einwirkung des Glimmstromes kann man die Empfindlichkeit (anscheinend in nicht ganz dem früheren Grade) erneuern, läßt man dagegen Luft von Atmosphärendruck eintreten, so zeigt sie sich, selbst nach Wiederherstellung des günstigsten Druckes fast vernichtet. Andrerseits ist ein sehr geringer Betrag von Lichtempfindlichkeit auch in verdünnter Luft und verdünntem Sauerstoff durch den Glimmstrom erreichbar. Bei weitem am kräftigsten ist aber die Wirkung in Argon und Wasserstoff. Diese Tatsachen sind in voller Übereinstimmung mit der Vorstellung, daß die lichtempfindliche Substanz aus den Alkalisalzen durch Einwirkung von Elektronenstrahlung entsteht und sich bei Gegenwart reaktionsfähiger Gase zurückbildet.

Hiernach sind die Stromschwankungen in Alkalimetallzellen sowohl wie in andern, die dem Glimmstrome ausgesetzt waren, auf dieselbe Ursache, nämlich die Gegenwart photoelektrisch hochempfindlicher Stoffe zurückgeführt; es ist ohne weiteres verständlich, daß auch bei schwächster Belichtung die zur Auslösung der Stromstöße erforderlichen Elektronen in den Gasraum gelangen werden.

Dagegen bleibt noch aufzuklären, wie ein Rest derselben Erscheinung auch bei anscheinend völligem Lichtabschlusse noch bestehen bleiben kann.

Zieht man in Betracht, daß die Lichtempfindlichkeit der Alkalimetalle bis ins Ultrarot reicht, beachtet ferner die Geringfügigkeit der Lichtreize, die, wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird, ausreichen, das Tempo der Stromstöße zu beschleunigen, so wird man zu der Annahme geleitet, daß auch bei „dunkel" gehaltenen Zellen noch eine äußerst geringe Emission von Elektronen an den Alkalimetallen bestehen bleibt, die nicht radioaktiver Natur ist und vielleicht auf unbekannten Lichtquellen, wie etwa der Phosphoreszenz der Glaswand der Zelle beruht oder die sogar mit der Gleichgewichtsstrahlung der Temperatur in der Zelle und der umhüllenden Kapsel zusammenhängt[1]). Man könnte auch an die allgemeine an der Erdoberfläche bestehende durchdringende γ-Strahlung als erregende Ursache denken, doch müßte dann, entgegengesetzt unserer Erfahrung, eine Abschirmung der Zelle durch Bleimäntel die Stromstöße zum Verschwinden bringen oder ihre Häufigkeit vermindern. Außerdem wäre dann wieder die Rolle nicht verständlich, die die Alkalimetalle bei dem Zustandekommen der Erscheinung zweifellos spielen. Nimmt man aber beim metallischen Natrium eine äußerst kleine Elektronenemission (nicht radioaktiver Art) auch bei anscheinend völligem Lichtabschluß an, so wird man das gleiche auch dem Kalium und Rubidium gegenüber einräumen müssen. Die schwache Eigenaktivität dieser Elemente ist dann für die Entstehung der Stromstöße keine wesentliche Vorbedingung.

Bei der Glimmentladung in verdünnten Gasen wird man nach den mitgeteilten Erfahrungen einen Unterschied zwischen dem ersten Stromdurchgang und den darauffolgenden festhalten müssen. Der erstere erfolgt bei verhält-

1) E. Goldstein, Wied. Ann. **54**, 371, 1895.
2) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. **59**, 487, 1896.

1) Zu der gleichen Auffassung bezüglich des „Dunkeleffekts" gelangte auch E. Müller, Ber. der Deut. Phys. Ges. **11**, 77, 1909.

nismäßig hoher Potentialdifferenz; die Herkunft der zu seiner Auslösung erforderlichen Elektronen dürfte schwer feststellbar sein. Bei der durch das hohe Spannungsgefälle geschaffenen labilen Lage genügen hier vielleicht die δ-Strahlen, die durch die allgemeine Verbreitung der radioaktiven γ-Strahlung an den Elektroden frei werden, vielleicht sind es die radioaktiven Beimengungen, die sich in jedem Materiale in kleinsten Mengen vorfinden, die hin und wieder ein Elektron in das elektrische Feld entsenden.

Sobald aber die erste Entladung eingeleitet ist, hat sich in dem Rohre eine genügende Menge lichtempfindlichen Alkalimetalls gebildet, um den Glimmstrom nun auch bei weit geringerer Spannung und selbst im Dunkeln zu zünden.

Auf jeden Fall wird man bei dem häufig angewandten Verfahren, Elektrodenflächen im Vakuum durch Glimmentladungen zu reinigen, sowie auch bei der Herstellung von Metallschichten durch kathodische Zerstäubung damit rechnen müssen, daß infolge der Gegenwart von Alkaliverbindungen Substanzen von abnorm hoher photoelektrischer Empfindlichkeit durch ebendenselben Prozeß gebildet werden. Erst bei fortgesetzter Zerstäubung alkalifreien Metalls wird man die zuerst abgelagerten Schichten, die vorzugsweise die lichtempfindlichen Stoffe enthalten, durch übergelagertes reineres Metall unwirksam machen.

Auch bei glühelektrischen Versuchen ist die aufgezeigte Fehlerquelle vielleicht nicht ohne Bedeutung.

II.

Bei unsern früheren Versuchen[1]) über die Empfindlichkeit der Alkalimetalle gegenüber sehr geringen Lichtintensitäten hatten wir die Belastung der Zelle stets so tief unter dem Entladungspotential gehalten, daß Stromstöße nicht beobachtet wurden. Die untere Grenze für die Beleuchtungsintensität, die noch einen meßbaren Photostrom ergab, fand sich bei etwa 10^{-6} MK. oder einer Energiezufuhr von der Ordnung 10^{-7} Erg. für das Quadratzentimeter und die Sekunde[2]).

Es war von vornherein zu erwarten, daß bei größerer Annäherung an das Entladungspotential die Empfindlichkeitsgrenze noch hinausgerückt werden würde[3]), die dann eintretenden Stromschwankungen machten aber eine Messung des Photostroms im alten Sinne unmöglich. Nun zeigte sich leicht, daß die Vermehrung der zu einer bestimmten Aufladung des Elektrometers erforderlichen Stromstöße durch das Licht in eindeutiger Weise von der Lichtstärke abhing und zugleich ein ungemein empfindliches Anzeichen der Lichtwirkung darstellte.

So fand sich z. B., daß nach Einschließung der Zelle in eine unserer Meinung nach lichtdichte Kapsel, die in einem verdunkelten Raume stand, die Stromstöße sofort an Häufigkeit zunahmen, wenn die Zellenkapsel von außen einer Beleuchtungsstärke von weniger als einer MK. ausgesetzt wurde. Es stellte sich nach langem Suchen schließlich heraus, daß bei dem Einkitten einer Drahtzuleitung mit Picein ein feiner Kanal geblieben war, durch den das Licht eindrang.

Da es sich um quantitative Bestimmungen, zum mindesten um zuverlässige Schätzungen geringer Beleuchtungsintensitäten handelte, so mußten wir, wie in unserer früheren Untersuchung, von einer Lichtquelle bekannter Leuchtkraft ausgehen und diese in meßbarer Weise bis zu beliebig geringen Beträgen abschwächen.

Als Quelle diente uns wiederum die Hefnerlampe, deren spektrale Energieverteilung nach Ångström bekannt ist. Da wir Kalium als lichtempfindliche Substanz verwandten, so kommt wesentlich die Blaustrahlung der Lampe als photoelektrisch wirksam in Betracht. Rechnet man die wirksamen Wellenlängen von 550 μμ bis zu den kürzesten hinab, so dürfte die auch in der früheren Arbeit zugrunde gelegte Schätzung von 0,42 Erg., cm^{-2} sec^{-1} für die in Betracht kommende Strahlung der Hefnerlampe nicht zu niedrig bewertet sein. Auf die übrige sichtbare Strahlung von Gelb bis Rot würden dann nach Ångström 8,18 Erg. kommen. Durch einen besonderen Versuch haben wir uns überzeugt, daß bei der jetzt benutzten Zelle dieser langwellige Teil der Strahlung nur etwa 4 Proz. des gesamten photoelektrischen Stromes hervorrief. Bei dieser Messung wurde zunächst eine Metallfadenlampe mittelst eines Widerstandes so reguliert, daß der durch ihre Strahlung erregte Photostrom demjenigen gleich wurde, den eine Hefnerkerze in 1 m Abstand ergab. Von dem Faden wurde alsdann ein Bild entworfen und dieses durch ein Schwefelkohlenstoffprisma in ein Spektrum zerlegt. Durch einen Spalt mit dahinter geschalteter Zylinderlinse ließen sich einerseits das Grün bis Violett, andererseits Gelb bis Rot auf der Zelle vereinigen, und in beiden Fällen der Photostrom galvanometrisch

1) J. Elster u. H. Geitel, diese Zeitschr. **13**, 468, 1912.
2) In naher Übereinstimmung fanden E. Marx u. K. Lichtenecker den Grenzwert $6 \cdot 10^{-8}$ (Ann. d. Phys. **41**, 124, 1913).
3) Entsprechend den Versuchen von H. Kreusler, Ann. d. Phys. **6**, 409, 1901.

bestimmen. Hierbei ergab sich das genannte Verhältnis von 4 Proz. Vorausgesetzt ist, was wohl nahe genug zutrifft, daß die Energieverteilung im Spektrum der stark unterbelasteten Metallfadenlampe der der Hefnerkerze gleich war.

Bei Vergleichungen der Farbenempfindlichkeit des Auges mit der der Zelle benutzten wir nach mehrfachem Probieren mit verschiedenen Farbstoffen schließlich nur noch Lösungen von Kupferoxydammoniak und von Kaliumbichromat. Bei richtiger Abmessung der Konzentration und der Schichtdicke ergänzen sich die durchgelassenen Lichtmengen sehr nahe zu dem vollen Spektrum.

Die Schwächung des Lichtes in einem genau angebbaren Grade ist eine Aufgabe, die recht schwierig wird, sobald man sich der unteren Empfindlichkeitsgrenze des Auges nähert. Unbemerktes Nebenlicht kann stärker wirken als dasjenige, das man zu messen glaubt.

Wir haben die besten Resultate mit einem Verfahren gewonnen, das auf Absorption des Lichtes beruht und das beim ersten Anblick ziemlich roh zu sein scheint.

Bei homogenem Lichte wächst die Absorption mit der Schichtdicke des absorbierenden Stoffes, oder, bei gleichbleibender Dicke mit der Konzentration. Es gilt das Beersche Gesetz, nach dem die durchgelassene Lichtmenge nach einer Exponentialfunktion der Konzentration abnimmt.

Die Herstellung genügend homogenen und dabei konstanten Lichtes bereitet aber die größten Schwierigkeiten. Man wird davon unabhängig, wenn man ein absorbierendes Medium verwendet, das alle Wellenlängen in gleichförmiger Weise abschwächt. Wir haben als solches Tuschelösungen angewandt, deren Absorption in beliebiger Stärke gewählt werden kann. Wir ließen in ein von parallelen Glaswänden begrenztes Absorptionsgefäß von 350 cm³ Inhalt, das bis nahe zum Rande mit destilliertem Wasser gefüllt war, Tropfen starker Tuscheaufschwemmungen aus einem Tropfglase hineinfallen und vermischten die Flüssigkeiten durch Umrühren mit einem Glasstabe. Da das Volum eines Tropfens klein gegen das Gesamtvolum der absorbierenden Schicht ist, so kann man dies letztere konstant setzen und die Konzentration der Tuschelösung als direkt proportional der zugefügten Tropfenzahl annehmen. Es ist überraschend, wie gut die photoelektrisch gemessene durchgelassene Lichtstärke nach dem Gesetze einer geometrischen Reihe mit der Tropfenzahl abnimmt. Jedenfalls ist der Fehler, der durch ungleiche Tropfengröße entsteht, in so vollkommener Weise vom Zufall abhängig, daß er bei größeren Tropfenmengen von selbst unwirksam wird.

Mit zunehmender Tropfenzahl wird die Flüssigkeit bald so undurchsichtig, daß das anfänglich zur Messung des Photostroms verwendbare Galvanometer nicht mehr ausreicht. Um die Absorption weiter zu verfolgen, kann man zunächst etwa die Stärke der Lichtquelle vergrößern oder durch Erhöhung der Belastung der Zelle ihre Empfindlichkeit vermehren. Wenn auch diese Hilfsmittel nicht mehr ausreichen, setzt man das Einfadenelektrometer an Stelle des Galvanometers, indem man die Zeiten mißt, in denen der Elektrometerfaden eine bestimmte Strecke der Skala durchwandert, die Stromstärken sind den reziproken Zeiten proportional.

Wir teilen eine Messungsreihe mit, bei der das Schwächungsverhältnis für den Zusatz eines Tropfens nahe gleich $^1/_2$ getroffen war;

Lichtquelle: Hefnerlampe mit Kupferoxydammoniakfilter. Absorbierende Flüssigkeit: Wasser mit tropfenweis zugesetzter Tuschelösung.

Reihe a. Meßinstrument: Galvanometer, Empfindlichkeit 1 Skt. $= 2{,}6 \cdot 10^{-11}$ Amp.

Anzahl der Tropfen	Photostrom in $2{,}6 \cdot 10^{-11}$ A.	Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Ablesungen
0	377	
		2,04
1	185	
		2,08
2	89	
		2,02
3	44	
		1,83
4	24	
		2,00
5	12	
		2,00
6	6	

Reihe b. Lichtquelle: Nitralampe von 2000 Kerzen. Sonst alles wie unter a.

10	20,9	
		2,07
11	10,1	

Zelle stärker belastet:

15	15,0	
		2,00
16	7,5	

Reihe c. Lichtquelle 20 Voltlampe zu 9 Kerzen. Der Strom wird durch Aufladung des Einfadenelektrometers gemessen. Aufladung gleich 1,43 Volt. An Stelle des Photostroms ist die Aufladezeit in Sekunden gesetzt.

15	51,5″	
		1,98
16	102,0″	
		2,00
17	204,0″	

Als Mittelwert des Schwächungskoeffizienten ergibt sich **1 : 2,00.**

die Durchlässigkeit der Flüssigkeit sank daher bei Zusatz von 17 Tropfen auf den 2^{17} Teil (etwa das $7{,}6 \cdot 10^{-6}$ fache) der anfänglichen. Man erkennt, mit welcher guten Annäherung das Verhältnis zweier aufeinander folgender Ablesungen gleich 2 : 1 bleibt, auch wenn die Flüssigkeit nur noch den hunderttausendsten Teil ihrer Durchlässigkeit behalten hat.

Man wird voraussetzen dürfen, daß auch über diesen Bereich hinaus jeder folgende Tropfen die Durchlässigkeit auf die Hälfte der vorher bestehenden herabsetzen würde.

(Streng genommen ist die Absorption des Lichtes in der Tuschelösung nicht völlig von der Wellenlänge unabhängig, vielmehr zeigt sich wie bei andern trüben Medien, eine etwas größere Durchlässigkeit für die langen Wellen. Da aber gerade diese photoelektrisch weniger wirksam sind, so ist jenes selektive Verhalten der Tusche beim Photoeffekt unmerklich, wie eben aus der mitgeteilten Tabelle hervorgeht.)

Die Versuche zur Bestimmung der unteren Grenze der Lichtempfindlichkeit wurden nun in der Weise ausgeführt, daß wir die Anzahl der Tropfen einer bestimmten Tuschelösung feststellten, die dem Wasser des Absorptionsgefäßes zugesetzt werden mußten, bis die Beschleunigung der Fadensprünge durch das durchgehende Licht nicht mehr merklich war. Um jedes Nebenlicht auszuschließen, wurde auf die Öffnung der Zellenkapsel, die der Lichtquelle zugewandt war, ein Rand aus schwarzem Sammet aufgeklebt, gegen den wir das Absorptionsgefäß fest andrückten. Die Lichtquelle (Hefnerlampe oder eine auf diese bezogene Metallfadenlampe) war in einem Gehäuse aus Schwarzblech aufgestellt, dessen Fugen, soweit sie noch Licht durchließen, mit schwarzem Papier oder dunklem Filz gedichtet wurden, durch einen zylindrischen Ansatz aus Schwarzblech trat ein Lichtbündel in der gewünschten Richtung in das verdunkelte Zimmer, unmittelbar davor fanden die mit Kupferoxydammoniak oder Kaliumbichromatlösungen gefüllten planparallelen Glasgefäße Platz, die zur Zerlegung des Lichtes in die beiden Spektralgebiete dienten, die etwa im Gelbgrün aneinander grenzen. Besondere Vorkehrungen, bestehend aus Diaphragmen und Schirmen aus schwarzem Papier, dienten dazu, dasjenige Licht abzublenden, das aus den Glaswänden der Absorptionsgefäße durch diffuse Zerstreuung im Innern des Glases, an den Rändern der Glasplatten nach außen drang.

Wir rechneten nun, wie oben bemerkt, nach Ångström die Energie des blauen Anteils des Hefnerlichts, der dem Restspektrum des durch Kupferoxydammoniak filtrierten Lichtes entspricht, wenn die Konzentration der Lösung so gewählt war, daß von Gelb und Rot im Spektrum gerade nichts mehr zu sehen war, zu 0,42 Erg., für den roten Anteil, der durch Kaliumbichromat bis zu etwa derselben Spektralgrenze durchgelassen wurde, daher 8,18 Erg.

Nun ist zu beachten, daß ein Farbfilter selbst in dem Gebiete der von ihm vorzugsweise durchgelassenen Wellenlängen noch eine gewisse Absorption ausübt; um diese in Rechnung ziehen zu können, bestimmten wir photoelektrisch die Schwächung sowohl für das durch Kupferoxydammoniak wie das durch Kaliumbichromat filtrierte Licht beim Durchgang durch ein weiteres Absorptionsgefäß, das mit Flüssigkeit derselben Konzentration gefüllt war. In den so ermittelten Schwächungskoeffizienten geht zugleich der Reflexions- und Absorptionsverlust an und in den Glaswänden des Gefäßes mit ein. Die betreffenden Zahlen waren für das Kupferoxydammoniak 0,46, für das Kaliumbichromat 0,77.

Wir teilen zunächst eine Versuchsreihe für blaues Licht mit. Die Hefnerlampe befand sich in 1 m Abstand von der Zelle. Die Tuschelösung war von der in der vorigen Tabelle angegebenen Konzentration, je ein Tropfen brachte die Intensität des durchgelassenen blauen Lichtes auf die Hälfte.

Anzahl der zugesetzten Tropfen	Anzahl der Fadensprünge bis 30 Skt. (Mittel aus 5 Ablesungen)	
	Zelle im Dunkeln	Zelle belichtet
10	3	Fadengang kontinuierlich
15	3	dgl.
20	2,5	3,5
26	2,5	fast 3

Bei 26 Tropfen war die Vermehrung der Sprünge noch eben mit Sicherheit zu erkennen.

Hieraus folgt als Grenzenergie des schwächsten noch wirksamen Lichtes:

$$0{,}46 \cdot \frac{0{,}42}{2^{26}} = 2{,}88 \cdot 10^{-9} \text{ Erg.}$$

In einer andern Versuchsreihe war die Hefnerkerze durch eine kreisförmige Mattglasfläche ersetzt, die von der Rückseite durch eine Glühlampe beleuchtet wurde. Die Intensität der letzteren war so einreguliert, daß die Beleuchtung am Orte der Zelle 1,5 MK. (photoelektrisch gemessen) betrug. Die Messungen wurden mit gelbrotem und blauem Lichte durchgeführt.

I. Gelbrotes Licht (Kaliumbichromatfilter):

Anzahl der Tropfen	Anzahl der Fadensprünge bis 30 Skt. (Mittel aus 5 Beobachtungen)	
	Zelle im Dunkeln	Zelle belichtet
23	5	Fadengang kontinuierlich
30	5·5	9
34	5	6
36	4·5	5·5

Schwächungskoeffizent für einen Tropfen (vorher galvanometrisch bestimmt): 1 : 1,63.

Daher ist die Grenzenergie:

$$\frac{8{,}18 \cdot 1{,}5}{(1{,}63)^{36}} \, 0{,}77 = 2{,}2 \cdot 10^{-7} \text{ Erg.}$$

II. Blaues Licht (Kupferoxydammoniakfilter):

Anzahl der Tropfen	Anzahl der Fadensprünge bis 30 Skt.	
	Zelle im Dunkeln	Zelle belichtet
20	3	7
22	4	6
23	3·5	4·5

Schwächungskoeffizent für einen Tropfen (galvanometrisch bestimmt): 1 : 2,16.

Grenzenergie:

$$\frac{0{,}42}{(2{,}16)^{23}} \cdot 0{,}46 = 3{,}9 \cdot 10^{-9} \text{ Erg.}$$

Der Unterschied der Ergebnisse dieser beiden Messungsreihen ist auf die bekannte starke Blauempfindlichkeit der Kaliumzellen zurückzuführen. In keinem Falle konnte ein dunkeladaptiertes Auge nur den geringsten Lichtschein erkennen, wenn es vom Orte der Zelle aus gegen die Lichtquelle blickte.

Sowohl die Hefnerlampe wie die von der Rückseite erleuchtete Mattscheibe stellen eine Oberfläche dar, die vom Orte der Zelle aus gesehen unter einem beträchtlichen Raumwinkel erschien. Bei Lichtquellen dieser Art ist die Photozelle dem Auge an Empfindlichkeit überlegen.

Anders dagegen stellt sich das Verhältnis heraus, wenn lineare oder punktförmige Lichtquellen verwandt werden. Ihnen gegenüber ist das Auge dadurch im Vorteil, daß es die gesamte, durch die Pupille eingelassene Lichtmenge auf einem sehr kleinen Teile der Netzhaut vereinigt. So war es uns möglich, das Bild eines Glühfadens durch die Tuschelösung gerade noch zu erkennen, als das von ihm ausgehende Licht die Fadensprünge kaum merklich vermehrte und die Energie auf $8{,}5 \cdot 10^{-9}$ Erg. gesunken war.

Wir haben die beschriebene Anordnung zu zwei Versuchen benutzt, die den Zweck hatten, etwaige Abweichungen im Verhalten äußerst geringer Lichtmengen von dem normalen aufzusuchen.

Der erste betraf die Frage, ob bei diesen minimalen Lichtenergien der Photostrom noch der Lichtstärke proportional bleibt. Wir ersetzten die Tuschelösung im Absorptionsgefäß zunächst durch reines Wasser und entwarfen mittelst einer Linse das Bild des Glühfadens einer Lampe, deren Licht das Wasser passiert hatte so, daß es gerade auf den Kaliumbelag der Zelle fiel. Nähert man die Zelle der Linse, so wird die belichtete Fläche größer, die Intensität auf der Flächeneinheit kleiner, aber so, daß die Gesamtlichtmenge konstant ist, so lange der Belag der Photozelle größer als der Querschnitt des Lichtkegels bleibt. Man weist leicht durch den Versuch nach, daß der in diesem Falle galvanometrisch zu messende Photostrom hierbei nahe unverändert bleibt, wenn der Kaliumbelag der Zelle gleichförmig und senkrecht zum Lichtkegel ist. Wurde nun dem Wasser soviel an Tusche zugesetzt, daß die Lösung dem Auge fast undurchsichtig war, so konnte auch das von der Linse entworfene Bild des Glühfadens nicht mehr gesehen werden. Die Beschleunigung des Tempos der Stromstöße am Elektrometer war aber deutlich erkennbar und blieb bei Verschiebung der Linse in weiten Grenzen unverändert. Es mußte also selbst in diesem äußersten Falle die Zahl der von der Flächeneinheit des Kaliums ausgesandten Elektronen der Beleuchtungsstärke proportional sein[1]).

Der zweite Versuch bezog sich auf die Frage, ob die Reflexion so kleiner Lichtenergien noch nachweisbar ist oder ob das Zustandekommen der Reflexion an eine gewisse untere Grenze der Beleuchtungsstärke gebunden ist. Die Tatsache, daß Spiegelteleskope anscheinend keine Beschränkung infolge der Lichtschwäche der durch sie zu beobachtenden Objekte zeigen,

1) Zweifel an der Allgemeingültigkeit der Proportionalität von Photostrom und Lichtstärke sind kürzlich von E. Ives geäußert. In einer neuesten Arbeit desselben Verf. und der Herrn S. Dushman u. E. Karrer ist die Richtigkeit dieses Gesetzes an einer besonderen von den Verf. angegebenen Zellenform bestätigt gefunden. (Astrophysical Journal **43**, 30, 1916.)

wenn nur die Größe des Spiegels hinreichend vermehrt wird, spricht allerdings von vornherein gegen die Annahme einer solchen unteren Grenze, doch gewinnt dieselbe Frage einen neuen Sinn, wenn man das Licht, dessen Reflexion man feststellen will, zugleich eine photoelektrische Energieleistung an der reflektierenden Fläche ausüben läßt.

Wir ließen, um die Zelle zunächst richtig einzustellen, das Licht einer Glühlampe wiederum durch das mit klarem Wasser gefüllte Absorptionsgefäß auf eine spiegelblanke Oberfläche von flüssiger Kaliumnatriumlegierung in einer großen evakuierten Glaskugel fallen und von dieser aus direkt in die Zellenkapsel hineinreflektieren. Die Legierung wurde, wie bei einer Photozelle, an den einen Pol einer Säule aus Trockenelementen angeschaltet, deren anderer mit einer oberhalb der Legierung eingeführten Platinelektrode in Verbindung war. Durch einen Stromwender konnte die Feldrichtung zwischen Draht und Legierung schnell umgekehrt werden, so daß das eine Mal die an der letzteren erregten Photoelektronen beschleunigt, das andere Mal zurückgehalten wurden. Wurde nun das Wasser des Absorptionsgefäßes wiederum durch Zusatz von Tusche für das Auge undurchsichtig gemacht, so konnte (im völlig verdunkelten Raume) an der Beschleunigung der Fadensprünge des Elektrometers leicht erkannt werden, ob noch reflektiertes Licht die Meßzelle traf und ob ein Unterschied in dessen Intensität auftrat, wenn die durch dasselbe schwache Licht ausgelösten Elektronen von der reflektierenden Kalium-Natrium-Metallfläche entfernt, oder zu ihr zurückgeführt wurden.

Das Ergebnis war, daß die Reflexion auch für diese äußerst kleinen Lichtintensitäten bestehen bleibt und daß ein Unterschied in dem Reflexionsvermögen der Metallfläche nicht bemerkbar war, mochten die Photoelektronen sie verlassen oder zu ihr zurückkehren.

Es ist diese Erfahrung in vollem Einklange mit dem anderweit festgestellten Befunde, daß die Energie des Photoeffekts allein auf Kosten derjenigen Lichtenergie geht, die von dem in Betracht gezogenen Körper gemäß seinen optischen Konstanten absorbiert wird, daß also durch den lichtelektrischen Vorgang kein weiterer Energieverbrauch bedingt wird. Immerhin dürfte es von Interesse sein, diese Erfahrung auch für solche Lichtintensitäten bestätigt zu sehen, die unter der Empfindlichkeitsgrenze des Auges liegen.

Ergebnisse.

I. Bei Gegenwart von freiem Alkalimetall treten in Vakuumröhren nahe unterhalb der für die Einleitung des Glimmstromes erforderlichen Potentialdifferenz sprungweise Stromstöße auf. Sie zeigen sich schon im Dunkeln und sind die Folge einer geringen Elektronenemission jener Metalle auch bei Lichtabschluß. Durch schwaches Licht und durch Radiumstrahlen wird ihre Häufigkeit vermehrt, bis bei stärkerer Bestrahlung der Strom gleichförmig wird.

II. Dieselbe Erscheinung beobachtet man an Vakuumröhren beliebiger Art, sobald die Glimmentladung vorher einmal hindurchgegangen ist. Als Ursache wird die Entstehung lichtelektrisch empfindlicher Schichten auf den Elektroden nachgewiesen. Sie enthalten freies Alkalimetall, das durch die Glimmentladung aus den alkalihaltigen Verunreinigungen (meist $NaCl$) der Elektroden abgeschieden ist.

III. Die Vermehrung der Stromstöße in Alkalimetallzellen durch Licht ist ein äußerst empfindliches Anzeichen für die geringsten Beleuchtungsstärken; als untere Grenze der Empfindlichkeit für blaues Licht ergab sich $3 \cdot 10^{-9}$ Erg. cm^{-2} sec^{-1}, für gelbrotes $2 \cdot 10^{-7}$ Erg. cm^{-2} sec^{-1}.

IV. Auch für Beleuchtungsstärken dieser Größenordnung erfolgt die Elektronenemission an den Alkalimetallen noch proportional der Lichtintensität.

V. Die Reflexion des Lichtes an einer spiegelnden Oberfläche der K-Na-Legierung ist auch bei diesen kleinsten Beleuchtungsstärken unabhängig davon, ob die durch das schwache Licht ausgelösten Elektronen die reflektierende Fläche verlassen oder zu ihr zurückkehren.

Die zu dieser Untersuchung aufgewandten Mittel sind uns aus der Jagorstiftung in Berlin überwiesen.

(Eingegangen 20. Juni 1916.)

Interferenzen an regellos orientierten Teilchen im Röntgenlicht. I.

Von P. Debye und P. Scherrer[1]).

(Mit Tafel IX.)

Vor einiger Zeit hat der eine von uns auf eine Methode aufmerksam gemacht, die dazu dienen kann sowohl über die Zahl, wie über die gegenseitige Anordnung der Elektronen im Atom auf experimentellem Wege Aufschluß zu erlangen[2]). Die Möglichkeit einer solchen Messung beruht, wie damals hervorgehoben wurde darauf, daß, wenn eine Regelmäßigkeit der Anordnung der Elektronen im Atom vorhanden ist, dieselbe auch dann noch erkennbar bleibt, wenn viele solche Atome in regelloser Orientierung miteinander gemischt vorkommen.

Im einzelnen konnte nämlich gezeigt werden, daß wenn eine solche Substanz mit der vorausgesetzten inneren Regelmäßigkeit der Elektronenanordnung versehen mit monochromatischen Röntgenstrahlen bestrahlt wird, die dadurch hervorgebrachte Sekundärstrahlung nicht (im wesentlichen) gleichmäßig von der Substanz aus in den Raum hinein ausgestrahlt wird, sondern Maxima und Minima zeigen muß. Dieselben liegen auf Kegeln, deren Achse mit der Richtung der primären Strahlung zusammenfällt und deren Spitze sich im Innern des als klein angenommenen Sekundärstrahlers befindet. Damit die fraglichen Maxima und Minima zustandekommen ist noch obendrein nötig, daß die Wellenlänge der benutzten Primärstrahlung von derselben Größenordnung, wie die gegenseitigen Elektronenabstände ist. Daß diese zweite Forderung experimentell erfüllbar sein dürfte, wurde damals geschlossen aus einem Vergleich der Wellenlänge der Fluoreszenz-Röntgenstrahlung mit den nach den Bohrschen Quantenansätzen zu erwartenden Elektronenabständen.

Versuche, welche inzwischen von uns in dieser Richtung angestellt wurden, zeigten den erwarteten Erfolg. Nebenbei aber fanden sich in einigen Fällen über den erwarteten Effekt übergelagert anders geartete Interferenzen, welche durch die Schärfe der auftretenden Maxima klar erkennen ließen, daß für sie nicht die regelmäßige Anordnung der doch voraussichtlich recht kleinen Zahl von Elektronen im Atom verantwortlich gemacht werden konnte. In dieser vorliegenden ersten Mitteilung wollen wir uns auf die Beschreibung und Erklärung dieser einen Erscheinung allein beschränken; auf die eigentlichen Elektroneninterferenzen und verwandte Erscheinungen beabsichtigen wir in einer späteren Mitteilung näher einzugehen.

Die Interferenzen sind scharf, also muß es sich um eine Erscheinung handeln, bei der eine recht große Zahl von Strahlungszentren zusammenwirkt. Ist dem aber so, dann liegt es nahe in den Fällen, wo die Interferenzen beobachtet wurden, dieselben zurückzuführen auf die kristallinische Struktur der durchstrahlten Substanz, auch wenn letztere, wie es stets der Fall war, als anscheinend amorphes Pulver benutzt wird, oder sogar als „amorph" in der Chemie bezeichnet wird. Dieser von uns tatsächlich angenommene Standpunkt mag befremdlich erscheinen mit Rücksicht auf das von Friedrich, Knipping und v. Laue in ihrer ersten Arbeit angegebene Versuchsergebnis[1]), wonach ein fein gepulverter Kristall keine Interferenzen mehr aufkommen ließ. In Wirklichkeit läßt sich aber einerseits diese Behauptung, wie die hier mitgegebenen Aufnahmen zeigen, nicht aufrecht erhalten, andererseits folgt die Erscheinung mit Notwendigkeit aus der von v. Laue entworfenen Theorie der Kristallinterferenzen, wie im folgenden ausgeführt wird. Mit Rücksicht auf unser Endziel bemerken wir, daß die in dieser Notiz besprochenen Beobachtungen auch als experimenteller Beweis für die Richtigkeit der an die Spitze gestellten Behauptung angesehen werden können.

Erklärt man sich mit den nachfolgenden Überlegungen einverstanden, dann liefert die Beobachtung der fraglichen Interferenzen ein einfaches Mittel, um mit absoluter Sicherheit über den (mikro-)kristallinischen oder amorphen Zustand einer Substanz zu entscheiden. Die in § 3 vorgeführte Diskussion dreier Photogramme soll zeigen, wie man über die einfache Feststellung einer jener Tatsachen hinausgehend die photographische Aufnahme benutzen kann, um den inneren Aufbau des Einzelkristalls zu erforschen. Tatsächlich gelingt es mit Hilfe einer einzigen Photographie die gegenseitige Lage und die Abstände der Atome im Kristall zu bestimmen, ähnlich wie das bekanntlich Bragg durch die elektrometrische Untersuchung der Reflexion an den verschiedenen Netzebenen eines großen Kristalls gelungen ist. Man kann mit gutem Grund sogar behaupten, daß diese ganze Frage mit Hilfe eines vollständig amorph aussehenden Pulvers nach unsrer Methode erheb-

1) Eine Notiz mit im wesentlichen gleichem Inhalt wurde am 3. Dezember 1915 der Kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen vorgelegt. Eine Notiz II vom 17. Dezember 1915 befaßt sich mit Interferenzen an Flüssigkeiten (Benzol usw.). Auf letztere beabsichtigen wir ausführlicher zurückzukommen.

2) Nachr. d. Kgl. Ges. d. Wiss. Göttingen vom 27. Febr. 1915, Ann. der Phys. **46**, 809, 1915.

1) Sitz.-Ber. d. Kgl Bayer. Ak. d. W. 1912, S. 315.

lich leichter beantwortet werden kann, als es durch Beobachtungen an einem großen gut ausgebildeten Kristalle möglich ist.

Hat man für irgendeine Substanz die Atomanordnung bestimmt, dann kann man dieselbe in Pulverform auch umgekehrt benutzen als Gitter zur Analysierung der auffallenden Strahlung nach Wellenlängen. Da natürlich von einer Orientierung der „amorphen" Substanz keine Rede ist und auf dem Diagramm eine einzige Linie des auffallenden Spektrums an vielen (z. B. an 10) getrennten Orten als klarer schmaler Strich vorhanden ist, dürfte die nachher zu beschreibende Anordnung auch zur Bestimmung der Wellenlängen, welche in der auffallenden Strahlung vorkommen, mit Vorteil anwendbar sein. Unsere Anordnung stellt so aufgefaßt wohl das einfachste Spektroskop überhaupt dar.

§ 1. Die Versuche.

Die zu untersuchende in Pulverform vorliegende Substanz (es wurden u. a. untersucht Graphit, von Kahlbaum bezogenes: amorphes Bor, amorphes Silizium, Borstickstoff, Lithiumfluorid usw.) wurde in Form eines Stäbchens gepreßt mit etwa 2 mm Durchmesser und etwa 10 mm Länge[1]). Das Stäbchen wurde aufgestellt in der Mitte einer zylinderförmigen Kamera von 57 mm Durchmesser, welche durch einen Deckel lichtdicht abgeschlossen werden konnte. Der Eintritt wurde den Röntgenstrahlen in diese Kamera in horizontaler Richtung gestattet durch ein längeres in der Mitte mit einer Bohrung von 2,5 mm versehenes Bleiröhrchen, das in eine Messingröhre eingegossen war. Aus der Kamera trat das scharf begrenzte Strahlenbündel, ohne die Wandung derselben zu berühren, hinaus, verlief dann weiter in ein längeres aus schwarzem Papier angefertigtes, an die Kamera angeschraubtes Rohr und durchsetzte schließlich den ebenfalls aus dünnem schwarzen Papier gebildeten Boden desselben. In dieser Weise war dafür gesorgt, daß keine merkliche Sekundärstrahlung an der Kamera selbst erzeugt wurde. Tatsächlich zeigte ein mehrmals wiederholter Kontrollversuch ohne zerstreuende Substanz, der sich über dieselbe Zeitdauer (gewöhnlich zwei, gelegentlich vier Stunden) erstreckte wie der Zerstreuungsversuch, keine Spur zerstreuter Strahlung.

Das Strahlenbündel traf das oben erwähnte Stäbchen in der Mitte; die von demselben ausgehende Sekundärstrahlung wurde photographisch aufgenommen auf zwei halbkreisförmig gebogenen an der Wand der Kamera anliegenden Films. Auf denselben konnte die Strahlung aufgefangen werden in einem Winkelbereich von 9° bis 171°, einer Filmlänge von etwa 80 mm entsprechend. Die an beiden Seiten fehlenden Bereiche von der jeweiligen Winkelausdehnung 2×9^0 waren durch das Vorhandensein der oben erwähnten Ein- und Austrittsvorrichtung bedingt. Gelegentlich wurde zur Vervollständigung der Übersicht über die ganze Erscheinung eine besondere Aufnahme mit einem kleineren, die Austrittsöffnung bedeckenden Filmstück gemacht.

Die Primärstrahlung wurde erzeugt mit Hilfe von Röntgenröhren, welche einem von Herrn Rausch v. Traubenberg entworfenen Modell im wesentlichen nachgebildet waren. Sie blieben während des Betriebs dauernd an der Pumpe. Die Strahlung verließ die Röhre durch ein Aluminiumfenster von 0,05 mm Dicke. Der Abstand Antikathode—zerstreuende Substanz betrug etwa 12 cm.

Die Fig. 1 auf der beigegebenen Tafel zeigt eine Aufnahme mit *LiF* als zerstreuende Substanz[1]). Der linke Rand der Reproduktion ist derjenige, welcher der Austrittsöffnung am nächsten lag. Von der Mitte dieser Öffnung aus zählen wir im folgenden stets die Winkel, der linke Rand entspricht also 9°. Man sieht wie auf dem Film kreisförmige, scharfe Interferenzstreifen auftreten, welche sich gegen 90° hin gerade strecken, um nach Überschreiten von 90° und bei Annäherung an 180° allmählich wieder in kreisförmige Linien mit wachsender Krümmung überzugehen. Die Aufnahme zeigt also, wie vom *LiF*-Stäbchen als Mittelpunkt aus besonders große Intensitäten auf einzelnen Kegeln in den Raum hinausgestrahlt werden. Der Durchschnitt eines dieser Kegel mit dem zylindrisch gebogenen Film entspricht einer solchen photographierten Linie. Der Winkelbereich, in dem von einem Raumelement des Stäbchens merkliche Strahlung ausgeht, muß jeweilig sehr gering sein. Tatsächlich ist nämlich die Breite der photographierten Linien bei genügend harter Strahlung identisch mit der Dicke des zerstreuenden Stäbchens und kann also für spektroskopische Zwecke wesentlich verringert werden.

Bei diesem Versuch stammte die Primärstrahlung von einer Kupferantikathode.

In Fig. 2 ist das Photogramm reproduziert, welches mit demselben *LiF*-Stäbchen jetzt aber bei Bestrahlung mit Röntgenlicht von einer Platinantikathode erhalten wurde.

Die Fig. 3 zeigt eine Reproduktion der Zer-

1) Gelegentlich war es nötig, dem Stäbchen durch einen dünnen Kollodiumüberzug einen festeren Halt zu geben.

1) Das *LiF* bildete ein feines Pulver von dem Aussehen gebrannter Magnesia.

streuung von „amorphem Silizium" mit Kupferstrahlung erhalten.

Ganz ähnliche Erscheinungen lieferten auch die anderen oben genannten Substanzen.

Bekanntlich hat zuerst Friedrich[1]) bei der Durchstrahlung von Wachs und Paraffin Ringe um den Durchstoßungspunkt der Primärstrahlen mit der Platte photographiert. Es blieb damals unklar, wie dieselben zustande kamen. Es fehlen zwar bei Friedrich entscheidende Experimente, auch ist die Konstitution der benutzten Substanzen unbekannt. Trotzdem glauben wir nach der Schärfe der Ringe in der Reproduktion urteilend, daß auch dort regellos gelagerte Kriställchen für die Erscheinung verantwortlich zu machen sind[2]).

§ 2. Die Theorie.

Die Laue-Braggsche Theorie der Kristallinterferenzen führt bekanntlich zu den folgenden beiden Hauptsätzen:

I. Fällt ein Röntgenstrahl auf einen Kristall auf, dann können „reflektierte" Strahlen entstehen, die man so konstruieren kann, als ob sie durch gewöhnliche optische Reflexion an den Netzebenen desselben hervorgebracht wären.

II. Die in dieser Weise konstruierten Strahlen sind indessen nur dann wirklich vorhanden, wenn die an zwei zugehörigen aufeinander folgenden Netzebenen reflektierten Strahlen einen Gangunterschied aufweisen, der ein ganzzahliges Vielfaches der auffallenden Wellenlänge ist.

Die Formeln, welche diese Sätze ausdrücken, schreiben wir hier nur für das reguläre System hin[3]); sie lauten dann folgendermaßen: Nennt man den Winkel des monochromatisch vorausgesetzten einfallenden Strahles mit der gerade betrachteten Netzebene φ, die (ganzzahligen) Indizes dieser Ebene h_1, h_2, h_3, die Wellenlänge λ und die Seitenlänge des elementaren Kubus des kubischen Raumgitters a, dann sind zunächst nur solche Winkel möglich, welche die Bedingung

$$\sin\varphi = \frac{\lambda}{2a}\sqrt{h_1^2+h_2^2+h_3^2} \qquad (1)$$

erfüllen. Dabei betrachten wir die Indizes 3, 2, 1 z. B. als verschieden von 6, 4, 2 oder 9, 6, 3, damit in Formel (1) zugleich die Interferenzen höherer Ordnung mit enthalten sind.

Befinden sich die strahlenden Zentren nur in den Ecken des Raumgitters und sind sie alle gleicher Natur, dann ist durch (1) alles erledigt. Sobald indessen im Elementarkubus mehrere strahlende Zentren enthalten sind, können noch gewisse von den nach (1) möglichen Reflexionsrichtungen ausfallen, nämlich solche, in denen durch Interferenz eine Auslöschung stattfindet. Diesem wird Rechnung getragen durch die zu (1) hinzukommende Bemerkung, daß die Intensität des reflektierten Strahles dem Quadrate des absoluten Betrages des sogenannten Strukturfaktors S proportional ist. Letzterer ist durch die Gleichung

$$S = \sum_n A_n e^{i2\pi(p_n h_1 + q_n h_2 + r_n h_3)} \qquad (2)$$

definiert, in der h_1, h_2, h_3 die schon obengenannten Indizes der reflektierenden Netzebene bedeuten, während

$$p_n a, q_n a, r_n a$$

die Koordinaten des n^{ten} zum Aufbau des Gitters notwendigen Eckpunktes im Elementarwürfel sind. Die Faktoren A_n bedeuten die vom n^{ten} Strahlungszentrum ausgesandten Amplituden. Die Summe $\sum_n$ ist über alle diese Punkte zu erstrecken und enthält also ebensoviel Glieder, als Gitter ineinander geschachtelt wurden.

Abschließend wird die Bemerkung über die Intensität vervollständigt durch die Angabe, daß dieselbe außerdem noch proportional einem Ausdruck ist von der Form

$$\frac{e^{-\alpha T(h_1^2+h_2^2+h_3^2)}}{h_1^2+h_2^2+h_3^2},$$

in welchem α eine dem Kristall eigentümliche, die Beweglichkeit des Atoms messende Konstante, und T die absolute Temperatur bedeutet. Derselbe zeigt, wie die reflektierte Intensität mit zunehmender Quadratsumme der Indizes abnimmt[1]).

Läßt man nun auf ein regelloses Gemisch von kleinen Kristallen monochromatische Röntgenstrahlung auffallen und greift eine bestimmte Netzebene h_1, h_2, h_3 heraus, dann wird nach (1) dieselbe nur dann reflektieren können, wenn sie so orientiert ist, daß der Winkel zwischen dieser Ebene und dem einfallenden Strahl den aus (1) folgenden Wert φ hat. Nun kommt es aber natürlich auf die absolute Orientierung der Kriställchen im Raum nicht an; die an h_1, h_2, h_3, reflektierten Strahlen erfüllen deshalb einen Kegel, dessen halber Öffnungswinkel ϑ den Wert 2φ hat, da die Achse des Kegels von dem einfallenden Strahl und jede Erzeu-

1) Diese Zeitschr. **14**, 317, 1913.

2) Man bemerke, daß nach dieser Aussage unser Standpunkt bezüglich der Friedrichschen Beobachtung sich nicht völlig mit dem in der Notiz vom 27. Febr. 1915 angenommenen deckt.

3) Der allgemeine Fall läßt sich ebenfalls ohne Mühe erledigen. Es ist dazu nur eine geeignete Kombination derjenigen Formeln nötig, welche M. v. Laue in der Enz. d. math. Wiss. V **24**, 457 ff. zusammengestellt hat.

1) P. Debye, Ann. d. Phys. **43**, 49, 1914.

gende von einem reflektierten Strahl gebildet wird.

Im übrigen ist der fragliche Kegelmantel nicht allein Träger der an der betreffenden $h_1\ h_2 - h_3$-Netzebene reflektierten Strahlung. Es fallen vielmehr alle Strahlungen in diesem Mantel zusammen, welche von Netzebenen herrühren, die aus h_1, h_2, h_3, durch Permutation oder Ersetzung der positiven durch negative Indizes entstehen. In jedem dieser Fälle nämlich bleibt

$$h_1^2 + h_2^2 + h_3^2$$

und damit auch nach (1) der Winkel $\vartheta = 2\varphi$ ungeändert. Man zählt leicht ab, daß es im allgemeinen 48 solche Netzebenen im obigen Sinne gibt. Das ist der allgemeine Fall; diese Zahl kann aber u. a. erheblich kleiner ausfallen. Es gelten die folgenden Regeln:

α) Sind zwei Indizes gleich, dann ist die Zahl der Ebenen $\frac{48}{2} = 24$.

β) Sind die drei Indizes gleich, dann ist die Zahl der Ebenen $\frac{48}{2 \times 3} = 8$.

γ) Kommt unter den Indizes eine Null vor, dann ist die fragliche Zahl nachträglich noch mit $^1/_2$ zu multiplizieren.

δ) Kommen unter den Indizes zwei Nullen vor, dann ist die fragliche Zahl nachträglich noch mit $^1/_4$ zu multiplizieren.

Eine über 48 hinausgehende Vermehrung der dem betreffenden Kegel zugehörigen reflektierenden Ebenen tritt dann ein, wenn es zwei verschiedene Triplets von Indizes gibt, deren Quadratsumme den gleichen Wert hat (Beispiel: 3, 3, 3 und 5, 1, 1). Ordnet man nun schließlich die Indizestriplets nach steigender Quadratsumme, dann entspricht jeder folgenden dieser Summen nach (1) ein Kegel mit größerer Öffnung. Unsre Behauptung geht dahin, daß die von uns photographierten Linien die Schnittlinien solcher Kegel mit unsrem kreisförmig gebogenen Film darstellen.

Ist dem so, dann muß es möglich sein, nach Ausmessung der den Einzellinien entsprechenden Kegelöffnungen 2ϑ, festzustellen, daß die aufeinander folgenden Werte von $\sin^2 \frac{\vartheta}{2}$ in Übereinstimmung mit (1) sich wie ganze Zahlen verhalten. Unsre Aufnahmen erfüllen, wie im nächsten Paragraphen gezeigt wird, tatsächlich diese Forderung.

Über dieses hinausgehend zeigt sich aber, daß eventuell gewisse Kombinationen von ganzen Zahlen in den nach steigender Quadratsumme geordneten Indizestriplets als Linien auf dem Photogramm vollständig fehlen. Das ist jeweilig nur auf Grund einer speziellen Bauart des Strukturfaktors zu verstehen, der dann für solche Richtungen verschwinden muß. So ist man imstande, aus den fehlenden Linien auf den Bau von S und damit auf die gegenseitige Lage der als strahlende Zentren angenommenen Atome zu schließen. Letzteres ist im Wesen identisch mit der Braggschen Schlußweise. Der skizzierte Weg führte z. B. zu der Feststellung (vgl. den nächsten § 3), daß LiF ein Gitter bildet wie $NaCl$, KCl usw., dessen Eckpunkte abwechselnd mit Li-Atomen und F-Atomen besetzt sind, während das sogenannte amorphe Silizium eine Gitterstruktur aufweist, welche mit der von Diamant identisch ist. Diese letzte Feststellung ist besonders deshalb interessant, weil Si im periodischen System unmittelbar unter C steht.

§ 3. Diskussion dreier Beispiele.

a) Fig. 1 zeigt eine Reproduktion des bei Bestrahlung eines aus äußerst fein gepulvertem LiF gepreßten Stäbchens erhaltenen Films in natürlicher Größe. Die Primärstrahlung bestand wesentlich nur aus der K-Serie der Cu-Antikathode. Auf dem Original waren im ganzen 16 Linien zu erkennen. Die Ausmessung der Photographie ergab für den jeweiligen halben Öffnungswinkel ϑ des zugehörigen Kegels die in Spalte 2 der Tabelle I in Grad angegebenen Werte. Die erste Spalte enthält die Bezeichnungen s. s. = sehr schwach, s. = schwach, m. = mittel, st. = stark, welche eine ungefähre Schätzung der Linienschwärzung bedeuten sollen. Die Hauptintensität der Cu-Strahlung wird bekanntlich nach Moseley geführt von der α-Linie (Wellenlänge $1{,}549 \cdot 10^{-8}$ cm), die zu derselben Serie gehörige zweite Linie an Intensität ist die β-Linie mit einer Wellenlänge von $1{,}402 \cdot 10^{-8}$ cm. Der erste Schritt zur Entwirrung der in Tabelle I gegebenen Werte von $\sin \frac{\vartheta}{2}$ bestand nun darin, daß nach Verhältnissen von der Größe $\frac{1{,}402}{1{,}549}$ gesucht wurde, denn wenn α- und β-Linie an der gleichen Netzebene reflektiert vorkommen, müssen sich nach (1) die zugehörigen Verhältnisse von $\sin \frac{\vartheta}{2}$ wie die Wellenlängen verhalten.

Das führte unter Berücksichtigung der angegebenen Intensitätsverhältnisse zu einer Ausscheidung von 6 Linien. Die übrigen in der Tabelle I großgedruckten Zahlen wurden nun als zur α-Linie allein gehörig betrachtet. Jetzt galt es, für diese die Indizes der reflektierenden Ebenen zu finden. Es zeigte sich bald, daß nur ein Gitter abwechselnd mit Li- und F-Atomen in konstanten Abständen besetzt paßte. Die

Li-Atome sowie die *F*-Atome eines solchen Gitters gehen nämlich je aus der Parallelverschiebung eines Würfels mit besetzten Mitten der Seitenflächen hervor. Von den *Li*-Atomen sind also als Grundstock im Elementarwürfel 4 Exemplare anzunehmen, für welche das Schema gilt

$$p_1 = 0, \quad q_1 = 0, \quad r_1 = 0,$$
$$p_2 = 0, \quad q_2 = 1/2, \quad r_2 = 1/2,$$
$$p_3 = 1/2, \quad q_3 = 0, \quad r_3 = 1/2,$$
$$p_4 = 1/2, \quad q_4 = 1/2, \quad r_4 = 0.$$

Tabelle I (*LiF*, Kupferstrahlung).

Schwärzung	ϑ in Grad	$\sin\frac{\vartheta}{2}$	$h_1h_2h_3$	$\frac{\sin\vartheta/2}{\sqrt{h_1^2+h_2^2+h_3^2}}$	Zahl der Ebenen	Intensität
s. s.	30,0	0,259	1, 1, 1.	0,150	8	—
s.	33,8	0,290	1, 1, 1.	0,168	8	—
st.	37,8	0,323	1, 1, 1.	0,187	8	3,85
st.	44,2	0,377	2, 0, 0.	0,189	6	10,2
s.	56,2	0,472	2, 2, 0.	0,167	12	—
st.	63,8	0,528	2, 2, 0.	0,187	12	10,2
s. s.	67,4	0,554	3, 1, 1.	0,167	24	—
s. s.	71,4	0,583	2, 2, 2.	0,168	8	—
m.	76,6	0,620	3, 1, 1.	0,187	24	3,15
m.	80,8	0,647	2, 2, 2.	0,187	8	4,51
m.	97,8	0,753	4, 0, 0.	0,188	6	1,86
s.	111,0	0,824	3, 3, 1.	0,189	24	1,82
st.	116,0	0,848	4, 2, 0.	0,190	24	8,10
st.	137,6	0,932	4, 2, 2.	0,190	24	6,75
s. s.	153,2	0,973	4, 4, 0.	0,172	12	—
st.	166,6	0,993	{3,3,3. 5,1,1.}	0,191	{8 24}	1,71

Entsprechend gilt für die *F*-Atome

$$p_1 = 1/2, \quad q_1 = 1/2, \quad r_1 = 1/2,$$
$$p_2 = 1/2, \quad q_2 = 1, \quad r_2 = 1,$$
$$p_3 = 1, \quad q_3 = 1/2, \quad r_3 = 1,$$
$$p_4 = 1, \quad q_4 = 1, \quad r_4 = 1/2.$$

Bildet man nun mit Hilfe dieser Angaben den Strukturfaktor S, dann findet man

$$S = (A_{Li} + e^{i\pi(h_1+h_2+h_3)} A_F) \cdot \left(1 + e^{i\pi(h_1+h_2)} + e^{i\pi(h_2+h_3)} + e^{i\pi(h_3+h_1)}\right) \quad (3)$$

wenn A_{Li} die vom *Li*-Atom und A_F die vom *F*-Atom zerstreute Amplitude bedeutet.

Aus der angegebenen Form von S folgt:

α) Netzebenen mit gemischten Indizes reflektieren nicht,

β) Netzebenen mit ungeraden Indizes reflektieren eine Intensität, welche proportional 16 $(A_{Li} - A_F)^2$ ist,

γ) Netzebenen mit geraden Indizes reflektieren eine Intensität, welche proportional 16 $(A_{Li} + A_F)^2$ ist.

Nun ist A_{Li} sicher wesentlich kleiner als A_F, da die Atomgewichte von *Li* bzw. *F*: 7 bzw. 19 betragen. Die unter β) und γ) genannten Ebenen werden also beide merklich reflektieren.

Ordnet man nun die Indizestriplets nach steigenden Quadratsummen und läßt mit Rücksicht auf α) die gemischten Indizes fort, dann bekommt man die in Tabelle I in der vierten Spalte groß gedruckten Zusammenstellungen. Ist das Modell richtig, dann muß jede beobachtete Linie denselben Wert von

$$\frac{\sin\vartheta/2}{\sqrt{h_1^2+h_2^2+h_3^2}}$$

liefern. Daß dem tatsächlich so ist, zeigen die großgedruckten Zahlen der fünften Spalte. Der kleine Gang der Zahlen von 0,187 bis 0,191, der übrigens nur etwa 2 Proz. ausmacht, ist außerdem leicht erklärlich durch den Umstand, daß das Stäbchen in der Kamera nicht genau im Mittelpunkt gestanden hat.

Eine Kontrolle liefert die Ausführung derselben Rechnung an den in kleinem Druck angegebenen auf die β-Linie bezüglichen Zahlen der Tabelle. Auch sie liefern eine gute Konstanz des oben genannten Verhältnisses und bestätigen damit das Modell von neuem. Die zu alleroberst in der Tabelle I aufgeführte, sehr schwache Linie bildet die einzige Ausnahme. Sie ist nicht mit Sicherheit reell. Wir führen sie trotzdem mit auf, weil die Tabelle dem tatsächlichen Gang der Beobachtungen entsprechen soll, bei welcher zuerst der Film ausgemessen wurde, ohne eine Tabelle der erwarteten Gesetzmäßigkeit zur Hand zu haben, während nachher die Gesetzmäßigkeiten an Hand der Zahlen festgestellt wurden, ohne die Aufnahme weiter zu berücksichtigen.

Tabelle I wird vervollständigt durch eine 6. Spalte, in der für jede Linie die Zahl der mitwirkenden Netzebenen angegeben ist. In der 7. Spalte stehen die mit Hilfe dieser Zahl und mit Rücksicht auf das im vorigen Paragraphen hervorgehobene Resultat über die Abhängigkeit der Intensität von $h_1^2+h_2^2+h_3^2$ für dieselbe ausgerechneten Werte. Da es sich nur um Werte handelte, welche den rohen Intensitätsschätzungen der ersten Spalte gegenüber zu stellen sind, wurde $\alpha = 0$ gesetzt und damit der Einfluß der Wärmebewegung außer acht gelassen. A_{Li} wurde gleich 7; A_F gleich 19 gesetzt. Die Zahlen widerspiegeln nur im Groben den Gang der Angaben aus Spalte 1.

Aus dem auf die α-Linie bezüglichen Mittelwert der Spalte 5 folgt unter der Annahme $\lambda_\alpha = 1{,}549 \cdot 10^{-8}$ cm aus (1) für die Seitenlänge des Elementarkubus des *LiF*:

$$a = 4{,}11 \cdot 10^{-8} \text{ cm}.$$

Aus den β-Linien der Aufnahme folgt mit $\lambda_\beta = 1{:}402 \cdot 10^{-8}$ cm

$$a = 4{,}17 \cdot 10^{-8} \text{ cm}.$$

Beide Größen stimmen innerhalb der zu erwartenden Beobachtungsfehler miteinander überein.

b) Die zweite Figur der Tafel zeigt eine Aufnahme der Zerstreuung an demselben *LiF*-Stäbchen, nunmehr aber mit Platinstrahlung bestrahlt. Man sieht, wie jetzt die Linien näher zusammengerückt und in größerer Zahl als bei der vorigen Aufnahme vorhanden sind. Daß dieses mit dem kleineren Wert für $\lambda_\alpha = 1{,}316 \cdot 10^{-8}$ cm der hier wirkenden *L*-Strahlung von Platin ohne weiteres zusammenhängt, zeigt die Tabelle II

Tabelle II (*LiF*, Platinstrahlung).

Schwärzung	in ϑ Grad	$\sin\frac{\vartheta}{2}$	$h_1 h_2 h_3$	$\frac{\sin\vartheta/2}{\sqrt{h_1^2+h_2^2+h_3^2}}$	Zahl der Ebenen	Intensität
m.	28,6	0,247	1, 1, 1.	0,143	8	—
st.	32,8	0,283	1, 1, 1.	0,164	8	3,85
st.	38,2	0,327	2, 0, 0.	0,163	6	10,2
m.–s.	43,6	0,372	2, 2, 0.	0,132	12	—
m.	54,2	0,456	2, 2, 0.	0,165	12	10,2
s.	65,8	0,543	3, 1, 1.	0,164	24	3,15
s.	69,2	0,568	2, 2, 2.	0 164	8	4,51
s. s.	75,8	0,614	4, 2, 0.	0,137	24	—
s. s.	81,8	0,655	4, 0, 0.	0,164	6	1,86
s. s.	90,6	0,710	3, 3, 1.	0 163	24	1,82
m.–s.	93 6	0,729	4, 2, 0.	0,163	24	8,10
m.–s.	105,8	0,797	4, 2, 2.	0,163	24	6,75
s. s. s.	109,6	0,817	5, 3, 1.	0,138	48	—
s.	115,4	0,845	{3.3.3| {5.1.1|	0,163	{ 8| {24|	1,71
m.	134,4	0,922	4, 4, 0.	0,163	12	2,54
m.	149,2	0,964	5, 3, 1.	0,163	48	1,71
st.	155,4	0,975	{4.4.2| {6,0,0|	0,162	{24| {12|	5,63

zahlenmäßig. Dieselbe ist genau so wie die vorhergehende eingerichtet und enthält die der α-Strahlung zukommenden Linien ebenfalls groß gedruckt. Die auf Grund der Wellenlänge $\lambda_\beta = 1{,}121 \cdot 10^{-8}$ cm der β-Linie zuzuschreibenden Streifen sind im kleinen Druck angegeben. Spalte 5 zeigt, wie vorzüglich konstant der Wert von $\sin\frac{\vartheta}{2}/\sqrt{h_1^2+h_2^2+h_3^2}$ für die α-Linie ist.

Alle Ebenen, welche überhaupt strahlen können, sind tatsächlich in der Tabelle vertreten. Aus dem aus der Tabelle folgenden Mittelwert 0,1634 für jenes Verhältnis ergibt sich mit $\lambda_\alpha = 1{,}316 \cdot 10^{-8}$ cm für die Seitenlänge a des Elementarkubus bei *LiF*:

$$a = 4{,}03 \cdot 10^{-8} \text{ cm}.$$

Bei der vorher besprochenen Aufnahme desselben Materials mit *Cu*-Strahlung wurde dafür als Mittelwert

$$a = 4{,}14 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$$

erhalten.

c) Fig. 3 zeigt eine Aufnahme mit „amorphem" Silizium als strahlende Substanz. Schon rein äußerlich betrachtet zeigt sie den Zusammenhang der photographierten Interferenzen mit der Kristallstruktur durch das Auftreten kleiner stärker geschwärzter Pünktchen, welche auf den Linien zerstreut sind. Diese rühren offenbar von etwas größeren Kriställchen her, die in ihrer zufälligen Lagerung gerade richtig orientiert waren, um die *Cu*-Strahlung reflektieren zu können. So liefert diese Aufnahme schon qualitativ betrachtet eine Bestätigung unserer Ansicht. Daß diese auch quantitativ stattfindet, soll durch die Zahlen der Tabelle III gezeigt werden. Sie ist ebenso angeordnet wie Tabelle I.

Tabelle III (*Si*, Kupferstrahlung).

Schwärzung	in ϑ Grad	$\sin\frac{\vartheta}{2}$	$h_1 h_2 h_3$	$\frac{\sin\vartheta/2}{\sqrt{h_1^2+h_2^2+h_3^2}}$	Zahl der Ebenen	Intensität
s. s.	26,0	0,225	1, 1, 1.	0,130	8	—
st.	28,8	0,248	1, 1, 1.	0,143	8	1,33
s. s.	43,2	0,369	2, 2, 0.	0,130	12	—
st.	47,8	0,405	2, 2, 0.	0,143	12	1,50
s.	51,8	0,437	3, 1, 1.	0,132	24	—
m–st	56,2	0,471	3, 1, 1.	0,142	24	1,09
s. s.	63,0	0,522	4, 0, 0.	0,131	6	—
m.	68,6	0,563	4, 0, 0.	1,141	6	0,275
m.	76,6	0,620	3, 3, 1.	0,142	24	0,630
s. s. s.	81,2	0,651	4, 2, 2.	0,133	24	—
m–st	87,4	0,691	4, 2, 2.	0,141	24	1,00
m.	94,8	0,736	{3.3.3| {5,1,1|	0,142	{ 8| {24|	0,595
s. s. s.	99,0	0,760	4, 4, 0.	0,134	12	—
s.–m.	107,2	0,805	4, 4, 0.	0,142	12	0,375
m–st	114,0	0,839	5, 3, 1.	0,142	48	0,690
m–st	127,4	0,899	6, 2, 0.	0,142	24	0,600
s. s. s.	132,4	0,915	4, 4, 4.	0,132	8	—
m.	136,0	0,927	5, 3, 3.	0,141	24	0,278
s.	146,2	0,957	7, 1, 4,	0,134	48	—
m.	158,8	0,983	4, 4, 4.	0,142	8	0,167

Der einzige Unterschied besteht darin, daß nun nicht dasselbe Modell wie bei *LiF* zur Erklärung paßte. Es fehlen jetzt nämlich nicht allein die gemischten Indizes bei den nach steigender Quadratsumme geordneten Triplets der Spalte 5, sondern außerdem noch die geraden Indizes, deren Summe $(h_1+h_2+h_3)$ kein Vielfaches von 4 ist. Das Fehlen dieser Indizes bei der Reflexion im monochromatischen Licht ist aber für das Braggsche Diamantmodell charakteristisch. Dasselbe enthält nämlich im Elementarwürfel 8 Grundpunkte, von denen aus das Gitter aufgebaut werden kann, mit den relativen Koordinaten

$$\begin{array}{lll} p_1 = 0, & q_1 = 0, & r_1 = 0, \\ p_2 = 0, & q_2 = 1/2, & r_2 = 1/2, \\ p_3 = 1/2, & q_3 = 0, & r_3 = 1/2, \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} p_4 = 1/2, & q_4 = 1/2, & r_4 = 0, \\ p_5 = 1/4, & q_5 = 1/4, & r_5 = 1/4, \\ p_6 = 1/4, & q_6 = 3/4, & r_6 = 3/4, \\ p_7 = 3/4, & q_7 = 1/4, & r_7 = 3/4, \\ p_8 = 3/4, & q_8 = 3/4, & r_8 = 1/4. \end{array}$$

Dieser Zusammenstellung entsprechend hat der Strukturfaktor die Form:

$$S = \left\{1 + e^{i\frac{\pi}{2}(h_1+h_2+h_3)}\right\} \left\{1 + e^{i\pi(h_1+h_2)} + e^{i\pi(h_2+h_3)} + e^{i\pi(h_3+h_1)}\right\}$$

und zeigt die eben genannten zur Einordnung der Zahlen der Tabelle nötigen Eigenschaften.

Aus dem Mittelwert der zu Cu_α gehörigen groß gedruckten Zahlen der 5. Spalte ergibt sich für die Kantenlänge des Elementarkubus bei Si der Wert

$$a = 5{,}46 \cdot 10^{-8} \text{ cm}.$$

Die auf die β-Linie bezüglichen, in kleinem Druck angegebenen Zahlen ergeben mit der eben genannten Zahl in guter Übereinstimmung den Wert

$$a = 5{,}31 \cdot 10^{-8} \text{ cm}.$$

Der kürzeste Abstand zweier Si-Atome beträgt somit $2{,}33 \cdot 10^{-8}$ qm.

d) Fig. 4 zeigt eine Aufnahme von Graphit[1]), (mit Cu-Strahlung), aus welcher hervorgeht, daß derselbe trigonal kristallisiert. Mit 12 Atomen im rhomboëdrischen Elementarbereich, dessen Seitenlänge sich zu $4{,}69 \cdot 10^{-8}$ cm ergibt[2]).

1) Es wurde von Geh. Reg. Rat Prof. Tammann uns gütigst zur Verfügung gestellter Flinzgraphit (Bayern) sowie Ceylongraphit von den Nürnberger Bleistiftwerken (J. Faber) und Graphit von L. E. C. Hardtmuth untersucht. Den betreffenden Herren danken wir auch an dieser Stelle für die Überlassung der Materialproben.

2) Näheres hierzu, sowie die Anleitung zur Verwendung der Aufnahmen bei beliebigem Kristallsystem soll demnächst mitgeteilt werden.

Göttingen, Phys. Inst. 28. Mai 1916.

(Eingegangen 31. Mai 1916.)

Ergänzung zu dem Aufsatze über die Fortpflanzungseigentümlichkeiten des Schalles.

Von Fr. Nölke.

In dem früheren Aufsatze[1]) haben wir ausgeführt, daß die bei heftigen Explosionen, beim Geschützdonner usw. gemachten Beobachtungen über die Schallfortpflanzung wahrscheinlich nicht auf Grund der v. d. Borneschen Hypothese, nach welcher eine Zurückbiegung der Schallstrahlen in der Übergangsschicht zwischen der unteren Luft- und einer sie in ungefähr 70 km Höhe überlagernden Wasserstoffatmosphäre erfolgen soll, zu erklären seien, sondern daß man sie auf Reflexionen an Inversionsschichten zurückzuführen habe, betonten aber dabei mit Nachdruck, daß diese letzte Erklärung nur dann zu dem gewünschten Ergebnisse führe, wenn auf die Beugung der Schallstrahlen Rücksicht genommen werde, da nicht gebeugte Strahlen gemäß dem Brechungsgesetze nur dann zur Erde zurückkehren könnten, wenn die nur in seltenen Fällen zutreffende Annahme einer die Temperatur an der Erdoberfläche übertreffenden Höhentemperatur zugrunde gelegt werde. Wir wollen unsere früheren Auseinandersetzungen noch durch einige, das Verständnis der Erscheinung fördernde Angaben ergänzen.

1) Diese Zeitschrift **17**, 31, 1916.

I.

1. In dem früheren Aufsatze haben wir bereits darauf hingewiesen, daß die in der kühleren Jahreszeit vorliegende größere Gleichmäßigkeit der Temperaturverhältnisse in den unteren Luftschichten die akustische Durchlässigkeit der Luft erhöhe, weil sie eine geringere Schwächung der Schallenergie bewirke, als die zu vielfachen inneren Reflexionen Veranlassung gebenden großen Temperaturgegensätze der wärmeren Jahreszeit. Die größere Gleichmäßigkeit bedeutet aber noch in anderer Hinsicht einen der Schallausbreitung günstigen Umstand. Sie bewirkt, daß die Kurven der Schallstrahlen in den unteren Luftschichten nur wenig gekrümmt sind, und der Schall daher in wagerechter Richtung weiter reicht, als es bei einer kräftigen Aufwärtskrümmung der Schallstrahlen der Fall wäre. In seinem Aufsatze „The propagation of sound in the atmosphere"[1]), den der Verfasser die Freundlichkeit hatte mir zu übersenden, stellt van Everdingen die auf einigen holländischen und deutschen meteorologischen Stationen gemachten Beobachtungen über Wind- und Temperaturverhältnisse der Atmosphäre zusammen, die an mehreren Tagen heftigen Geschützdonners an der Westfront herrschten, für welche ihm Angaben über die Hörbarkeit desselben vorlagen. Aus seiner Übersicht geht hervor, daß die Atmosphäre tatsächlich stets eine oder mehrere zum Teil sehr kräftige Inversionen aufwies, und daß die Höhentemperatur in vielen Fällen sogar nur wenig unter der Temperatur an der Erdoberfläche lag.

Wenn in den unteren Atmosphärenschich-

1) Kon. Acad. van Wetenschappen te Amsterdam, Proceedings Vol. Nr. 6, Vol. XVIII.

ten die Temperatur ungefähr gleichmäßig ist, so kann man die Schallstrahlen in erster Näherung als gerade betrachten. Bedeutet h die Entfernung der Inversionsschicht von der Erdoberfläche, e die Entfernung der Schallquelle von dem Punkte, wo der wagerecht ausgehende gerade Strahl die Inversionsschicht trifft, und r den Erdradius, so besteht, wie man leicht erkennt, die Gleichung $e^2 = 2rh$. Für $h = 500$ m ist z. B. $e = 80$ km, und der reflektierte Strahl kommt in 160 km Entfernung von der Schallquelle zur Erdoberfläche zurück. Da die Strahlen in Wirklichkeit mehr oder weniger aufwärts gekrümmt sind, so muß die Inversionsschicht höher als 500 m liegen, wenn der reflektierte Strahl dieselbe Entfernung erreichen soll.

Die Beugung führt den Schall eine gewisse Strecke um die gekrümmte Erdoberfläche herum. Da aber in unmittelbare Nachbarschaft der Erdoberfläche immer nur solche Strahlen gelangen können, die von bereits vorher mehrfach gebeugten wieder abgebeugt wurden, so erfolgt die schnellste Schwächung an der Erdoberfläche, und sie ist um so geringer, je weiter man sich von ihr in senkrechter Richtung entfernt. Die Zone des Schweigens beginnt daher als dünne der Erdoberfläche anliegende Schicht und erreicht erst in größerer Entfernung eine größere Ausdehnung in senkrechter Richtung. In wagerechter Richtung hört sie auf, wo in der Inversionsschicht zur Umkehr gezwungene Strahlen von neuem die Erdoberfläche erreichen, und in senkrechter Richtung, wo die Luftschichten noch von gebeugten direkten Strahlen durchheilt werden.

Nach der Größe des Temperaturgradienten in den unteren Atmosphärenschichten und der Höhe der Inversionsschicht kann man 4 Normalfälle unterscheiden:

a) Der Temperaturgradient ist klein, die Aufwärtskrümmung der Schallstrahlen also gering.

1. Die Inversionsschicht liegt ziemlich hoch. In diesem Falle teilt sich das Hörbarkeitsgebiet in zwei Teile, ein äußeres und ein inneres Gebiet, die durch eine Zone des Schweigens voneinander getrennt sind. Diese Zone liegt unterhalb und jenseits der Stelle, wo in der Inversionsschicht die Umbiegung der Strahlen erfolgt.
2. Die Höhe der Inversionsschicht ist gering. In diesem Falle erreichen reflektierte Strahlen die Erdoberfläche bereits wieder in einer Entfernung von der Schallquelle, in die auch noch direkte (gebeugte) Strahlen gelangen. Die beiden Zonen der Hörbarkeit sind nicht mehr deutlich voneinander getrennt; die Zone des Schweigens verschwindet.

b) Der Temperaturgradient ist größer, die Aufwärtskrümmung der Schallstrahlen also kräftiger.

1. Liegt die Inversionsschicht ziemlich hoch, so kommen wieder zwei Hörbarkeitsgebiete zur Ausbildung. Die Grenze des inneren Gebiets und daher auch die Zone des Schweigens befindet sich aber der Schallquelle näher als im Falle a_1.
2. Ist die Höhe der Inversionsschicht gering, so verschwindet die Zone des Schweigens. Da auch die zur Erdoberfläche zurückkehrenden Strahlen diese schon in verhältnismäßig geringer Entfernung von der Schallquelle erreichen, so ist die Gesamthörweite des Schalles ziemlich begrenzt.

In diese 4 Gruppen lassen sich alle beobachteten Fälle leicht einordnen.

Unsere Erklärung bezieht sich in erster Linie auf die Tatsache der weiten Hörbarkeit des Schalles, während die Zone des Schweigens nach ihr nur von sekundärer Bedeutung ist, da ihr Auftreten von gewissen Bedingungen abhängt. Die Übersicht van Everdingens zeigt auch, daß nur in 6 von 15 Fällen die Zone des Schweigens einigermaßen deutlich erkennbar ist. In einigen anderen Fällen wird sie wenigstens dadurch angedeutet, daß jenseits einer gewissen Entfernung von der Schallquelle der Ton wieder in verstärktem Maße hörbar ist, und in noch anderen Fällen ist sie überhaupt nicht nachweisbar. Fig. 1 gibt

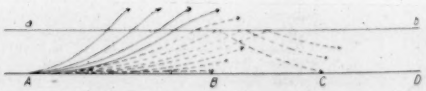


Fig. 1. A Schallquelle, AB innere Hörbarkeitszone, BC Zone des Schweigens, CD äußere Hörbarkeitszone, ab Inversionsschicht. Die ausgezogenen Kurven bedeuten nicht gebeugte, durch Beugung aber allmählich schwächer werdende Schallstrahlen, die punktierten Kurven gebeugte Strahlen. Die untere Grenze der Inversionsschicht ist als Sprungschicht gedacht, so daß sie totale Reflexion zuläßt. Die Zeichnung ist in senkrechter Richtung bedeutend überhöht; auf die Krümmung der Erde ist keine Rücksicht genommen.

eine Vorstellung der Schallausbreitung in dem Falle, wo eine Zone des Schweigens[1]) vorliegt.

1) Fr. Lux will die Zone des Schweigens durch Interferenzwirkung direkt fortgepflanzter und reflektierter Schallwellen erklären (Naturw. Wochenschrift, Jahrg. 1916, Nr. 22, S. 321). Diese Erklärung ist zurückzuweisen, erstens, weil der Geschützdonner sich aus Wellen sehr verschiedener Länge zusammensetzt, so daß durch Interferenz immer nur gewisse Wellen ausgelöscht werden könnten, während andere sich verstärken müßten, und

Weist die Atmosphäre nicht nur eine, sondern mehrere Inversionsschichten auf, was man häufig festgestellt hat (vgl. van Everdingen, a. a. O.), so ist es möglich, daß gewisse Strahlen auch in den höheren Schichten zur Umkehr gezwungen werden. In diesem Falle wird die Erscheinung sehr kompliziert.

2. Bis jetzt haben wir der Kürze des Ausdrucks wegen meistens nur von Reflexionen der Schallstrahlen an der Inversionsschicht gesprochen. Da die Inversionsschichten nur äußerst selten einen wirklichen Sprung darstellen, in den meisten Fällen aber eine Dicke von einigen bis zu hunderten von Metern besitzen, so erfolgt in Wirklichkeit eine kontinuierliche Brechung des Strahles. Sehr flach einfallende Strahlen werden daher nur den unteren Teil der Inversionsschicht durcheilen, steiler einfallende aber eine dickere Schicht derselben durchlaufen müssen, bis sie zur Umkehr gezwungen werden. Die Strahlen treffen die Inversionsschicht um so schiefer, je weiter ihre Eintrittsstelle in die Schicht von der Schallquelle entfernt ist; sie fallen also divergent auf. In die Inversionsschicht divergent eindringende Strahlen treten aber, da der in dieser Schicht liegende aufsteigende Kurvenast jedes Strahls dem absteigenden kongruent ist, im allgemeinen[1]) konvergent aus. Zwei ursprünglich benachbarte Strahlen schneiden sich also nach Durchlaufen der Inversionsschicht; d. h. es entsteht eine Brennlinie der Schallstrahlen, und zwar unmittelbar jenseits der Zone des Schweigens; vgl. Fig. 2. Daß am inneren Rande der äußeren Hörbarkeitszone der Schall mit großer Kraft wahrnehmbar war, ist vielfach beobachtet worden.

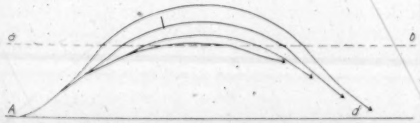


Fig. 2. *A* Schallquelle, *ab* untere Grenze der Inversionsschicht, *cd* Brennlinie der Schallstrahlen. Die Zeichnung ist bedeutend überhöht.

Die entfernteren Gebiete der äußeren Hörbarkeitszone werden nur noch von solchen Strahlen erreicht, die in großer Entfernung von der Schallquelle die Inversionsschicht treffen. Da sie durch stetig fortgesetzte Beugung von ihrem ursprünglichen Wege weit abgelenkt sind, so nimmt ihre Intensität schnell ab.

3. Durch zahlreiche Beobachtungen im Winter und Sommer 1915 ist festgestellt und durch neue Beobachtungen im letzten Winter und gegenwärtigen Frühling bestätigt worden, daß die weite Hörbarkeit des Geschützdonners sich vorwiegend auf die kühle Jahreszeit beschränkt. Die Ursachen für diese Tatsache sind folgende. Im Winter nimmt die Temperatur in den unteren Luftschichten nur langsam mit der Höhe ab, und fast regelmäßig treten kräftige Inversionen auf; im Sommer erfolgt eine schnelle Temperaturabnahme mit der Höhe, und Inversionen fehlen[1]) oder sind nur schwach ausgeprägt. Daher beschreiben die Schallstrahlen im Winter in den unteren Luftschichten eine ungefähr geradlinige Bahn und können in den kräftigen Inversionsschichten leicht zur Erde zurückgebogen werden, während sie sich im Sommer schnell aufwärts krümmen und die schwachen Inversionsschichten fast ohne Richtungsänderung durchsetzen.

4. Außer der jährlichen ist auch eine tägliche Periode der Hörbarkeit festgestellt worden. In der Nacht und in den frühen Morgenstunden ist die Hörbarkeit besonders gut, nicht weil es um diese Zeit stiller wäre, sondern weil am Morgen die Inversionen ihr Maximum erreichen[2]) und die Temperatur in den unteren Luftschichten am gleichmäßigsten ist.

II.

Wir wollen noch auf einige Punkte aufmerksam machen, die zugunsten unserer Er-

zweitens, weil bei einem Interferenzwinkel im Betrage von mindestens 1°, dessen Sinus die Breite der Interferenzzone umgekehrt proportional ist (bei einem inneren Halbmesser der Zone des Schweigens von 80 km und einer Höhe der Reflexionsschicht von 1 km würde der Interferenzwinkel bereits $1\frac{1}{2}^0$ betragen und im Falle geringerer Entfernung der Zone des Schweigens von der Schallquelle und größerer Höhe der reflektierenden Schicht sich noch vergrößern), und bei einer Wellenlänge von ungefähr 20 m, welche die Schallwellen in der Luft höchstens besitzen, die Zone des Schweigens nur einige hundert Meter Breite haben dürfte, während sie in Wirklichkeit viele Kilometer mißt.

1) Nur wenn die Strahlen sich im Innern der Schicht kreuzen würden, was aber nur bei weit voneinander entfernt liegenden Eintrittspunkten möglich wäre, würden divergent eintretende Strahlen auch divergent austreten.

Im oben betrachteten Falle liegen die Verhältnisse ganz ähnlich wie bei der anomalen terrestrischen Strahlenbrechung des Lichtes. Wenn die Schallstrahlen als Lichtstrahlen betrachtet werden dürften, so würden in dem über die Zone des Schweigens hinübergreifenden vorderen Teilgebiete der äußeren Hörbarkeitszone, wohin direkte und reflektierte Strahlen gelangen, von der Lichtquelle ein aufrechtes und ein über ihm schwebendes umgekehrtes Bild erkennbar sein.

1) Abgesehen von der sog. oberen Inversion in ungefähr 12 km Höhe, die aber für unser Phänomen nicht in Frage kommt, weil ihr Temperaturgradient sehr klein (vgl. V. Kommerell, Die Bahn der Schallstrahlen in der Luft unter dem Einfluß der Temperatur; diese Zeitschr. 17, 172, 1916) und die Temperatur selbst bereits sehr niedrig ist (ungefähr -50^0 C).

2) W. Brand, Reichweite des Geschützdonners nach Kriegsbeobachtungen; Sitzungsberichte der Ges. z. Beförd. der ges. Naturw. zu Marburg, 1915, Juliheft, S. 50. van Everdingen, a. a. O. § 9c.

klärung sprechen, und ihnen Erläuterungen über einige merkwürdige Beobachtungen anschließen.

1. In bedeutender Höhe (2000 bis 3000 m) über der Zone des Geschützfeuers befindliche Flugzeugführer haben, auch wenn sie nach Abstellen des Motors durch das Geräusch desselben nicht mehr gestört wurden, den Donner der Geschütze nicht oder nur schwach wahrnehmen können. Dies beweist, daß die Zurückbiegung der Schallwellen nicht erst, wie die v. d. Bornesche Hypothese voraussetzt, auf dem Umwege über Höhen von 50 und mehr km, sondern schon in den unteren Luftschichten erfolgt.

2. Eine direkte Entscheidung darüber, ob die Schallwellen nur die unteren Luftschichten durcheilen, oder den Umweg durch die höheren Schichten machen, würde möglich sein, wenn sich die Zeitdifferenz zwischen der Schallerzeugung und der Schallwahrnehmung genau feststellen ließe. Ganz zuverlässige Angaben darüber liegen noch nicht vor. Die Feststellungen de Quervains bei der Explosion an der Jungfraubahn scheinen auf den Weg durch die unteren Luftschichten zu deuten.

Da die beobachteten heftigen Geräusche eine gewisse Zeit hindurch andauerten und bei den bis jetzt vorliegenden Angaben sich nicht beurteilen läßt, ob die Beobachter den Beginn ihrer Schallwahrnehmung oder den Augenblick der größten Intensität festgestellt haben, so dürften erst planmäßig über diesen Punkt anzustellende Versuche endgültigen und sicheren Aufschluß bringen.

3. Die Angabe mancher Beobachter, daß sie den Schall mehr mit dem ganzen Körper als mit dem Ohre wahrgenommen hätten, könnte dadurch erklärt werden, daß sehr langwellige Schallstrahlen, wie man es bei den tiefen Tönen einer Orgel feststellen kann, tatsächlich auf den ganzen Körper einwirken, vielleicht aber auch dadurch, daß eine Schallwahrnehmung, die den Beobachter zum Zeugen weit entfernter, furchtbarer Ereignisse macht, ihn in eine seelische Erregung versetzt, die den ganzen Körper in Mitleidenschaft zieht.

4. Gelegentlich hat es den Beobachtern geschienen, als ob die Schallwellen nicht dem Erdboden parallel, sondern in größerem Winkel zu demselben anlangten. Unsere Erklärung schließt zwar eine Neigung der in der äußeren Hörbarkeitszone wahrnehmbaren Schallwellen gegen die Erdoberfläche nicht aus; trotzdem glauben wir die Vermutung aussprechen zu dürfen, daß sich die betr. Beobachter, was erfahrungsgemäß sehr leicht möglich ist, über die Schallrichtung getäuscht haben, oder daß, weil die ankommenden Schallwellen über hohe, in der Nähe befindliche Gegenstände, Häuser, Bäume u. dgl. ihren Weg nehmen mußten, nur um diese Gegenstände herumgebeugte Schallstrahlen den Beobachter erreichten.

5. Da als feststehend betrachtet werden kann, daß die Erscheinung von den Jahreszeiten und daher von der Beschaffenheit der Atmosphäre abhängt, so dürfte eine Schallfortpflanzung durch den Erdboden, trotz einiger Beobachtungen, die darauf hinzudeuten scheinen, nicht in Frage kommen. Doch ist es nicht ausgeschlossen, daß die bei großen Minensprengungen hervorgerufenen Erschütterungen weit durch den Erdboden fortgeleitet werden.

6. Das Schwächerwerden und gänzliche Aufhören des Geschützdonners im Frühling wollen manche Beobachter mit der Belaubung der Bäume in Verbindung bringen; doch besteht zwischen beiden Erscheinungen kein kausaler Zusammenhang. Die Beugung, welcher die Schallstrahlen, besonders langwellige, unterliegen, ist so groß, daß bei Wäldern von einem Schallschatten keine Rede sein kann.

Da die Hypothese trotz ihrer physikalischen Unzulässigkeit immer von neuem wieder ausgesprochen wird, wollen wir noch auf einige Konsequenzen derselben aufmerksam machen, die ebenfalls, auch wenn man von der Wirkung der Beugung ganz absieht, ihre Unrichtigkeit deutlich erweisen. Der wagerecht ausgehende, ungebeugte Schallstrahl streicht schon in einigen 100 m Entfernung von der Schallquelle mehrere Meter hoch über dem Boden hin (vgl. den früheren Aufsatz, Abschn. II). Wenn er durch Bäume aufgehalten werden soll, so ist man also zu der Annahme gezwungen, daß alle deutschen und französischen Geschütze nirgends auf freier Fläche, sondern sämtlich im Walde oder höchstens einige 100 m westlich eines Waldes aufgestellt seien und daß alle explodierenden Granaten in oder höchstens einige 100 m westlich eines Waldes einschlagen. An östlichen Berghängen (bewaldeten oder unbewaldeten) dürften überhaupt keine Geschütze aufgestellt sein oder Granaten einschlagen. Außerdem ist zu beachten, daß Ende August bis Anfang September, wo der Kanonendonner bereits wieder in größerer Entfernung hörbar wird (vgl. Brand, a. a. O., S. 28—34), noch wenig Laub fällt; erst Ende Oktober und Anfang November tritt kräftiger Laubfall ein.

7. Eine Fortführung des Schalles durch den Wind kommt im allgemeinen nicht in Frage. Zahlreiche Beobachter bestätigen, daß der Geschützdonner an der Westfront mehrfach lauter bei Ost- als bei Westwind gehört worden sei.

Zwar haben diese Beobachter nur die Windrichtung an der Erdoberfläche festgestellt; aber auch der Luftbewegung in größeren Höhen kann keine wesentliche Rolle zugeschrieben werden. van Everdingen führt a. a. O. mehrere Beispiele auf, aus denen hervorgeht, daß weder die in den unteren, noch in den oberen Luftschichten herrschende Windrichtung der Ausbreitung des Schalles günstig war. Natürlich soll hiermit nicht geleugnet werden, daß die Windrichtung unter Umständen der Ausbreitung des Schalles auch förderlich sein kann.

Bremen.

(Eingegangen 3. Juni 1916.)

Fragen der Pyro- und Piezoelektrizität der Kristalle I. Vorkommen und Eigenschaften der zentrisch-symmetrischen Erregungen.

Von W. Voigt.

1. Zahlreiche ältere und neuere Beobachtungen über pyroelektrische Erscheinungen, die (im Gegensatz zu den gewöhnlichen polaren Wirkungen an Kristallen ohne Symmetriezentrum) in zentrischer Symmetrie an zentrisch-symmetrischen Kristallen stattfinden, haben mich vor längerer Zeit zu der doppelten Untersuchung veranlaßt, 1. ob und welche sekundären Ursachen etwa diese Erscheinungen bedingen könnten, 2. ob primäre oder wirkliche zentrische pyroelektrische Erregungen den früher untersuchten polaren zur Seite gestellt werden könnten und wie dieselben sich äußern müßten. Als „primär" oder „wirklich" bezeichne ich dabei Erregungen, die in regelmäßig konstituierten, von Einschlüssen und Beimengungen freien Kristallen durch Vorgänge in der normalen Substanz zustande kommen. An die zweite Frage schloß sich dann die entsprechende Untersuchung über die Möglichkeit und die Gesetze zentrischer Piezoelektrizität[1]).

Das Resultat meiner Überlegungen zu 1, — daß tatsächlich sekundäre Einflüsse zu zentrisch-symmetrischen Erregungen von Pyroelektrizität zu führen vermögen —, wurde gestützt durch die Resultate zu 2, über die Art, in der sich primäre Effekte in Wirklichkeit äußern müßten, da die bislang beobachteten Erscheinungen im allgemeinen durchaus anders verliefen. Eigne, unter Benutzung der theoretischen Resultate angestellte Beobachtungen vermochten dann das Vorkommen wirklicher auf der Kristallstruktur beruhender, zentrisch symmetrischer Pyro- und auch Piezoelektrizität sehr wahrscheinlich zu machen.

1) W. Voigt, Gött. Nachr. 1905, S. 394.

Dieses Resultat gewinnt gegenwärtig, wo bedeutungsvolle Anfänge gemacht sind, um die physikalischen Eigenschaften und speziell auch die azentrische oder polare Piezoelektrizität der Kristalle aus den modernen Vorstellungen über deren Konstitution abzuleiten[1]), ein neues Interesse. Es darf allerdings ausgesprochen werden, daß speziell für das Problem der polaren Piezoelektrizität, wie auch der Elastizität, die neue Auffassung, die Bausteine der Kristalle seien die chemischen elektrisch geladenen Atome, der älteren, von mir schon 1893 formulierten, die Bausteine seien molekulare Polsysteme aus positiven und negativen Ladungen[2]), bisher rechnerisch äquivalent geblieben ist; die neue Auffassung rückt die Pole der Systeme in größere Abstände auseinander, aber dieser Umstand kommt in der vorliegenden Theorie der genannten Gebiete nirgends zur Geltung. Das Elementarparallelepiped des Raumgitters ist bei der neuen Betrachtungsweise durchaus an Stelle des früheren Polsystems getreten, und die gegenseitigen Abstände der in ihm befindlichen Pole bleiben ganz beliebig. In der Tat entsprechen die allgemeinen von Herrn Born[3]) gegebenen Ansätze für die polare Piezoelektrizität, ebensogut meiner ältern wie der modernen Auffassung[4]). Diese nach anderer Richtung so fruchtbaren Ansätze haben mir indessen die Anregung gegeben, das Analogon für zentrische elektrische Erregungen zu liefern und zu diskutieren, worüber in den folgenden Mitteilungen zu berichten sein wird.

Da die zentrischen elektrischen Erregungen von Kristallen im allgemeinen nach theoretischer und experimenteller Seite sehr wenig bekannt sind, und eine Vorstellung von ihren Gesetzmäßigkeiten und Wirkungen doch erwünscht ist, so gebe ich in dieser ersten Mitteilung eine Zusammenstellung der wichtigsten hierher gehörigen Resultate, teilweise unter Gegenüberstellung der entsprechenden Ergebnisse für die polaren Erregungen.

2. Wie die polaren Erregungen sich durch Vektoren ausdrücken, so werden die zentrischen durch Tensortripel oder (kürzer) Tensoren charakterisiert. Im Interesse der Kürze werde ich für die letzteren eine vor längerer Zeit vorgeschlagene und zum Teil von andern Autoren angenommene Symbolik[5]) benutzen, die hier auseinandergesetzt werden mag.

Ich bezeichne Tensoren und ihre Kompo-

1) M. Born, Dynamik der Kristallgitter, Leipzig 1915.
2) W. Voigt, Gött. Nachr. 1893, S. 669; Wied. Ann. 51, 658, 1894.
3) M. Born l. c.
4) S. auch die Anmerkung am Schluß dieser Arbeit.
5) W. Voigt, Gött. Nachr. 1904, S. 495.

nenten durch griechische Buchstaben ($T, \Pi, \cdots$), die Konstituenten eines Tripels durch die Indizes 1, 2, 3 (also T_1, T_2, T_3). Die Konstituenten stehen senkrecht aufeinander. Die sechs Komponenten des Tripels[1]) werden durch zwei auf die Koordinatenachsen bezügliche Indizes angedeutet. Charakteristisch ist für diese T_{xx}, T_{yy}, T_{zz}, $T_{yz} = T_{zy}$, $T_{zx} = T_{xz}$, $T_{xy} = T_{yx}$, daß sie sich transformieren wie x^2, y^2, z^2, yz, zx, xy. Fallen die x-, y-, z-Achsen in die Richtungen von T_1, T_2, T_3, so ist $T_{xx} = T_1$, $T_{yy} = T_2$, $T_{zz} = T_3$, $T_{yz} = T_{zx} = T_{xy} = 0$.

Von elementaren Tensoroperationen nenne ich folgende.

Das Tensorprodukt[2]) aus zwei Vektoren

$$T = [\mathfrak{U} \cdot \mathfrak{V}] = [\mathfrak{V} \cdot \mathfrak{U}] \qquad (1)$$

ist ein Tensor mit den Komponenten

$$T_{xx} = \mathfrak{U}_x \mathfrak{V}_x, \cdots \quad T_{yz} = \frac{1}{2}\{\mathfrak{U}_y \mathfrak{V}_z + \mathfrak{U}_z \mathfrak{V}_y\}, \cdots \qquad (1')$$

Das Vektorprodukt aus einem Vektor und einem Tensortripel resp. Tensor

$$\mathfrak{U} = [\mathfrak{V} \cdot T] = [T \cdot \mathfrak{V}] \qquad (2)$$

hat die Komponenten

$$\mathfrak{U}_x = \mathfrak{V}_x T_{xx} + \mathfrak{V}_y T_{xy} + \mathfrak{V}_z T_{xz}, \cdots \qquad (2')$$

Das Tensorprodukt

$$\Pi = [\mathfrak{V} \cdot T] = -[T \cdot \mathfrak{V}] \qquad (3)$$

aus einem Vektor und einem Tensor ist definiert durch die Komponenten

$$\Pi_{xx} = \mathfrak{V}_y T_{xz} - \mathfrak{V}_z T_{xy}, \cdots \qquad (3')$$

$$\Pi_{yz} = \frac{1}{2}\{\mathfrak{V}_x (T_{yy} - T_{zz}) + (\mathfrak{V}_z T_{xz} - \mathfrak{V}_y T_{xy})\}, \cdots$$

Das skalare Produkt aus zwei Tensoren ist definiert durch

$$(T \cdot \Theta) = (\Theta \cdot T) = T_{xx}\Theta_{xx} + \cdots + 2(T_{yz}\Theta_{yz} + \cdots). \qquad (4)$$

Das Vektorprodukt aus diesen beiden Tensoren

$$\mathfrak{W} = [T \cdot \Theta] = -[\Theta \cdot T] \qquad (5)$$

hat die Komponenten

$$\mathfrak{W}_x = (T_{xy} - T_{zz})\Theta_{yz} - (\Theta_{yy} - \Theta_{zz})T_{yz} + T_{yx}\Theta_{zx} - T_{zx}\Theta_{yx}, \cdots \qquad (5')$$

Das Tensorprodukt aus zwei Tensoren

$$\Psi = [T \cdot \Theta] = [\Theta \cdot T] \qquad (6)$$

ist definiert durch die Komponenten

$$\Phi_{xx} = [T \cdot \Theta]_{xx} = T_{yy}\Theta_{zz} + T_{zz}\Theta_{yy}, \cdots$$
$$\Phi_{yz} = [T \cdot \Theta]_{yz} = 2(T_{zx}\Theta_{xy} + T_{xy}\Theta_{zx}) - (T_{xx}\Theta_{yz} + T_{yz}\Theta_{xx}), \cdots \qquad (6')$$

Diese Funktionen kann man noch in mannigfacher Weise umgestalten, indem man allgemeine Eigenschaften der Tensoren benutzt. Bezüglich der letzteren sei erwähnt, daß einerseits ein gemeinsamer skalarer Faktor an alle $T_{xx}, \cdots$ angebracht den Tensorcharakter nicht ändert, und ebenso die Addition desselben Skalars (S) zu T_{xx}, T_{yy}, T_{zz}, bei unveränderten T_{yz}, T_{zx}, T_{xy}. Da $T_{xx} + T_{yy} + T_{zz} = S$ ein Skalar ist, so existiert z. B. ein dem Tensortripel T zugeordnetes Tripel T' mit den Komponenten

$$-(T_{yy} + T_{zz}), -(T_{zz} + T_{xx}), -(T_{xx} + T_{yy}),$$
$$T_{yz}, T_{zx}, T_{xy}.$$

Auf Grund dieser Bemerkungen kann man leicht aus (6) ein Tensortripel

$$\Psi = \Phi' + T(\Theta_{xx} + \Theta_{yy} + \Theta_{zz}) + (T \cdot \Theta) \qquad (7)$$

bilden mit den Komponenten

$$\Psi_{xx} = 2(T_{xx}\Theta_{xx} + T_{yz}\Theta_{yz} + T_{zx}\Theta_{zx} + T_{xy}\Theta_{xy}), \cdots \qquad (7')$$
$$\Psi_{yz} = 2(T_{xx}\Theta_{yz} + T_{xy}\Theta_{zx}) + (T_{yy} + T_{zz})\Theta_{yz} + (\Theta_{yy} + \Theta_{zz})T_{yz}, \cdots$$

Die Divergenz eines Tensortripels

$$\mathfrak{V} = (\operatorname{div} T) \qquad (8)$$

ist ein Vektor mit den Komponenten

$$\mathfrak{V}_x = \operatorname{div}_x T = \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z}, \cdots \qquad (8')$$

Bezeichnet S einen Skalar, so ergibt eine einfache Rechnung die Beziehung

$$\operatorname{div} S T = S \operatorname{div} T + [T \cdot \operatorname{grad} S]. \qquad (8'')$$

Die zweite Divergenz eines Tensortripels ist hiernach der Skalar

$$\operatorname{div}\operatorname{div} T = \operatorname{div}^2 T = \frac{\partial^2 T_{xx}}{\partial x^2} + \cdots + 2\frac{\partial^2 T_{yz}}{\partial y \partial z} + \cdots \qquad (9)$$

Der zweite Gradient eines Skalars S, also

$$\operatorname{grad}\operatorname{grad} S = \operatorname{grad}^2 S = T \qquad (10)$$

ist ein Tensortripel mit den Komponenten

$$T_{xx} = \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}, \cdots T_{yz} = \frac{\partial^2 S}{\partial y \partial z}, \cdots \qquad (10')$$

Hiernach ist also z. B.

$$(T \cdot \operatorname{grad}^2 S) = T_{xx}\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \cdots + 2T_{yz}\frac{\partial^2 S}{\partial y \partial z} + \cdots \qquad (11)$$

1) Eine etwas allgemeinere Art zweiseitiger gerichteter Größen, mit neun statt sechs Komponenten ist von R. Weber (Angewandte Elementarmathematik, Bd. III[1], Leipzig 1910) und E. Budde (Tensoren und Dyaden, Braunschweig 1914) als unsymmetrische Tensoren behandelt worden. Diese Größen lassen sich als Superposition eines Vektors und eines symmetrischen Tensors auffassen, die im allgemeinen physikalisch sehr verschiedene Bedeutung haben. Aus diesem Grunde sehe ich von ihrer Einführung ab.

2) Ich stelle den Symbolen (·), [·] für das skalare und das vektorielle Produkt das neue Symbol |·| für das tensorielle Produkt gegenüber.

Diese Beziehungen genügen für die folgenden Anwendungen.

3. Die Potentialfunktion φ einer beliebigen elektrisch neutralen, d. h. gleich viel positive und negative Ladung enthaltenden Masse läßt sich für einen Punkt außerhalb der Umhüllungskugel in eine Reihe nach harmonischen Funktionen entwickeln. Setzt man

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \cdots \tag{12}$$

so ist bekanntlich

$$\varphi_1 = \left(\mathfrak{M} \cdot \operatorname{grad} \frac{1}{r}\right), \qquad \varphi_2 = \left(M \cdot \operatorname{grad}^2 \frac{1}{r}\right), \ldots \tag{12'}$$

und es bezeichnet $\mathfrak{M}$ das Moment erster, M dasjenige zweiter Ordnung, ... $\mathfrak{M}$ ist gemäß unserer Symbolik ein Vektor, M ein Tensortripel. Man kann in dieser Weise auch zu höheren Gliedern fortschreiten, doch mag dies unterbleiben. Bezeichnet $\mathfrak{R}_k$ den Radiusvektor vom Kugelzentrum aus, so ist

$$\mathfrak{M} = \Sigma e_k \mathfrak{R}_k, \qquad M = \frac{1}{2} \Sigma e_k \mathfrak{R}_k^2, \tag{13}$$

und $\mathfrak{R}_k^2$ das tensorielle Quadrat (1), also

$$\mathfrak{M}_x = \Sigma e_k x_k, \ldots, \qquad M_{xx} = \frac{1}{2} \Sigma e_k x_k^2 \ldots, \quad M_{yz} = \frac{1}{2} \Sigma e_k y_k z_k, \ldots \tag{13'}$$

Wegen der Bedingung

$$\Sigma e_k = 0 \tag{14}$$

ist für die Definition von $\mathfrak{M}$ der Anfangspunkt des Vektors $\mathfrak{R}_k$, bzw. des Koordinatensystems, ohne Einfluß, für diejenige von M nur dann, wenn das Moment erster Art verschwindet, — ein Fall, der zwar der überwiegend häufige ist, im folgenden aber nicht vorausgesetzt werden soll.

Besteht ein Körper k aus einem System äußerst zahlreicher gleichartiger kleiner neutraler Massensysteme, so kann man die Potentialfunktion eines seiner Volumenelemente dk für jeden Punkt in endlicher Entfernung gemäß (12) und (12') ausdrücken, wenn man nur die Anzahl der Massensysteme in dk als Faktor anbringt. So erhält man als Wirkung der Momente erster und zweiter Ordnung

$$\psi_1 = \int \left(\mathfrak{P} \cdot \operatorname{grad} \frac{1}{r}\right) dk, \qquad \psi_2 = \int \left(\Pi \cdot \operatorname{grad}^2 \frac{1}{r}\right) dk. \tag{15}$$

Dabei ist

$$\mathfrak{P}\, dk = S e_k \mathfrak{R}_k, \tag{16}$$

die Summe S über das Volumenelement erstreckt und $\mathfrak{R}_k$ von einem beliebigen Punkt aus gerechnet. Man kann in engerem Sinne auch

$$\Pi\, dk = S e_k \mathfrak{R}_k^2 \tag{17}$$

setzen. Liegen nämlich in dk im ganzen n neutrale Elementarmassen (j) und die Zentren derselben an durch $\mathfrak{A}_j$ charakterisierten Punkten, so daß $\mathfrak{R}_k = \mathfrak{A}_j + \mathfrak{B}_k$, so ist

$$\begin{aligned} \Pi\, dk &= S e_k (\mathfrak{A}_j^2 + 2 \mathfrak{A}_j \cdot \mathfrak{B}_k + \mathfrak{B}_k^2) \\ &= 2 \Sigma \mathfrak{A}_j \Sigma e_k \mathfrak{B}_k + n \Sigma e_k \mathfrak{B}_k^2 \\ &= 2 \mathfrak{M} \Sigma \mathfrak{A}_j + n M. \end{aligned} \tag{18}$$

Dabei ist das erste Glied wieder gleich Null wenn das Moment erster Ordnung verschwindet; man kann dasselbe aber auch, falls letzteres nicht stattfindet, durch die Wahl des Anfangspunktes der Vektoren $\mathfrak{A}_j$ zu Null machen. Bei einer solchen Verfügung sind dann $\mathfrak{P}$ und Π ganz analog definiert, und es besteht darnach eine weitgehende Analogie zwischen den beiden Potentialen ψ_1 und ψ_2.

Ein Unterschied liegt allerdings darin, daß man den Ausdruck (15^1) für ψ_1 widerspruchslos auf unendlich nahe und selbst innere Punkte anwenden darf, den (15^2) für ψ_2 aber nicht, für ψ_2 vielmehr in einem solchen Falle vom Integral zur Summe zurückgehen muß. Praktisch hat dies zunächst kaum Bedeutung, da bei Beobachtungen, wenn überhaupt, in unendlich kleine Entfernung von einem Kristallpräparat auch nur unendlich kleine Massen gelangen. Im folgenden sei jedenfalls der Aufpunkt stets in endlicher Entfernung von jedem Punkt des Kristalls befindlich gedacht.

Die gesamte Wirkung der elektrischen Verteilung in einem Kristall wird durch eine Summe von Gliedern der Art (15) mit steigender Ordnungszahl dargestellt. Wegen der immer schnelleren Abnahme der Elementarpotentiale (12') mit der Entfernung werden im allgemeinen stets die höheren Glieder gegenüber den niedrigeren bzw. der Wirkung zurücktreten. Allerdings kommt der Fall vor (bei Kristallen ohne ausgezeichnete Richtung), daß das Moment $\mathfrak{M}$ bzw. $\mathfrak{P}$ in Strenge gleich Null ist, ψ_1 verschwindet, und dann die Wirkung in erster Linie durch ψ_2 bestimmt wird. Ist ψ_1 aber nicht gleich Null, so kann man doch u. U. ψ_2 merklich machen, weil die Wirkungen der Momente erster und zweiter Ordnung ganz verschiedene Symmetriegesetze befolgen, sich also durch die Beobachtung trennen lassen. Wir werden demgemäß bei der Entwicklung der Eigenschaften von ψ_2 die Existenz des Potentials ψ_1 nicht ausschließen.

4. Wie das Potential erster, so läßt sich auch dasjenige zweiter Ordnung durch teilweise

Integration in bemerkenswerter Weise umformen. Der bekannten Beziehung

$$\psi_1 = \int \mathfrak{P}_n \frac{do}{r} - \int \operatorname{div} \mathfrak{P} \frac{dk}{r} \qquad (19)$$

(unter n die äußere Normale auf do verstanden) tritt gegenüber

$$\psi_2 = \int \left([H \cdot \mathfrak{n}] \operatorname{grad} \frac{1}{r} \right) do - \int \left(\operatorname{div} H \cdot \operatorname{grad} \frac{1}{r} \right) dk, \qquad (20)$$

wobei nach (2′) ist

$$[H \cdot \mathfrak{n}]_x = H_{xx}\alpha + H_{xy}\beta + H_{xz}\gamma, \ldots \qquad (20')$$

und α, β, γ die Richtungskosinus der äußeren Normale bezeichnen. Eine zweite teilweise Integration führt zu

$$\psi_2 = \int \left([H \cdot \mathfrak{n}] \operatorname{grad} \frac{1}{r} \right) do - \int \operatorname{div}_n H \frac{do}{r} + \int \operatorname{div}^2 H \frac{dk}{r}. \qquad (21)$$

Hierin ist nach (8′)

$$\operatorname{div}_x H = \frac{\partial H_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial H_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial H_{xz}}{\partial z}, \ldots \qquad (21')$$

und $\operatorname{div}_n H$ die Komponente von div H nach der äußeren Normalen, d. h. es gilt

$$\operatorname{div}_n H = \alpha \operatorname{div}_x H + \beta \operatorname{div}_y H + \gamma \operatorname{div}_z H. \qquad (21'')$$

Weiter ist nach (9)

$$\operatorname{div}^2 H = \frac{\partial^2 H_{xx}}{\partial x^2} + \ldots + 2\frac{\partial^2 H_{yz}}{\partial y \partial z} + \cdots \qquad (21''')$$

Die Umformung verwandelt also ψ_2 in ein gewöhnliches Oberflächen- und ein gewöhnliches Raumpotential von den bzw. Dichten

$$\sigma = -\operatorname{div}_n H, \quad \varrho = \operatorname{div}^2 H, \qquad (22)$$

und eine Art von Doppelbelegungspotential.

Während für ein gewöhnliches Doppelflächenpotential gilt

$$\psi_0 = \int \left(\mathfrak{N}_0 \cdot \operatorname{grad} \frac{1}{r} \right) do,$$

und das Moment $\mathfrak{N}_0$ in die Richtung von $\pm n$ fällt, haben wir hier bei $[H \cdot \mathfrak{n}] = \mathfrak{N}$ analog

$$\psi_2' = \int \left(\mathfrak{N} \cdot \operatorname{grad} \frac{1}{r} \right) do, \qquad (23)$$

aber $\mathfrak{N}$ fällt jetzt nicht mit $\pm n$ zusammen. Dies kommt darauf hinaus, daß in unserm Falle die durch entgegengesetzt gleiche Ladungen verknüpften Elemente der Doppelfläche einander nicht in der Richtung der Normalen n, sondern derjenigen des Vektors $\mathfrak{N}$ gegenüberliegen.

Zerlegt man $\mathfrak{N}$ in eine Komponente ($\mathfrak{N}_1$) normal, eine andere ($\mathfrak{N}_2$) tangential zu do und schreibt

$$\psi_2' = \int \left(\mathfrak{N}_1 \cdot \operatorname{grad} \frac{1}{r} \right) do + \int \left(\mathfrak{N}_2 \cdot \operatorname{grad} \frac{1}{r} \right) do \qquad (24)$$

so stellt das erste Integral das Potential einer gewöhnlichen Doppelfläche dar, das zweite aber dasjenige einer speziellen einfachen Oberflächendichte äquivalent, während an Grenzlinien, z. B. scharfen Kanten, noch äquivalente lineäre Ladungen auftreten. Denkt man nämlich auf der Oberfläche eine Schar von Linien gezeichnet, deren Elemente ds überall die Richtung von $\mathfrak{N}_2$ haben, und zerlegt die so entstehenden Streifen durch Querlinien $S\,dp$, wobei dp für denselben Streifen konstant ist und S eine Funktion von s bezeichnet, in Flächenelemente, so kann man schreiben

$$\int \left(\mathfrak{N}_2 \cdot \operatorname{grad} \frac{1}{r} \right) do = \iint N_2 S \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial s} ds\, dp = \int\int \left\{ \frac{\partial (N_2 S/r)}{\partial s} - \frac{\partial N_2 S}{r \partial s} \right\} ds\, dp; \qquad (25)$$

das zweite Glied in der Klammer stellt ein gewöhnliches Flächenpotential dar; das erste ist über s integrabel und gibt, wenn die s-Streifen Grenzen haben, die Potentiale von Ladungen an diesen Grenzen. Es wird unten ein praktisch wichtiges Beispiel für diese Umformung vollständig gegeben werden. Hier sei nur zur Illustration der einfachste Fall angeführt, daß es sich um eine Kugelfläche handelt, auf der $\mathfrak{N}_2$ überall in den Meridianen liegt. Dort ist in bekannter Bezeichnung $ds = R\,d\vartheta$, $S\,dp = R \sin\vartheta\, d\omega$, also

$$\int \left(\mathfrak{N}_2 \cdot \operatorname{grad} \frac{1}{r} \right) do = R^2 \int_0^{2\pi} d\omega \int_0^{\pi} \left\{ \frac{\partial (N_2 \sin\vartheta / r)}{\partial \vartheta} - \frac{\partial N_2 \sin\vartheta}{r \partial \vartheta} \right\} d\vartheta; \qquad (26)$$

es verschwindet das erste Integral wegen der Grenzen und bleibt nur das Potential der Flächenbelegung übrig.

5. Wir wollen uns nun mit den beobachtbaren Wirkungen der Momente zweiter Ord-

nung beschäftigen und uns dabei auf den einfachsten Fall der homogenen Erregung beschränken, der zunächst praktisch allein in Betracht kommt, wollen vorläufig auch über die Ursache der Erregung keinerlei Annahme machen.

Die Wirkung der Momente erster Ordnung ist bekanntlich in dem entsprechenden Falle sehr anschaulich durch das Resultat von (19) gegeben, daß bei homogener Erregung (div $\mathfrak{P} = 0$) der Kristall einer bloßen Oberflächenladung von der Dichte $\mathfrak{P}_n$ äquivalent ist. Auch liefert (15[1]) direkt, wenn

$$\int \frac{dk}{r} = \varphi$$

gesetzt wird,

$$\psi_1 = (\mathfrak{P} \cdot \operatorname{grad} \varphi) = |\mathfrak{P}| \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda}, \qquad (27)$$

wobei λ die Richtung des Momentes $\mathfrak{P}$ bezeichnet.

Dieser letzteren Formel kann man bei homogener Erregung nach (15[2]) das Analogon geben

$$\psi_2 = (\Pi \cdot \operatorname{grad}^2 \varphi) = |\Pi_1| \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \lambda_1^2} + |\Pi_2| \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \lambda_2^2} + |\Pi_3| \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \lambda_3^2}, \qquad (28)$$

wobei $\pm\lambda_1$, λ_2, λ_3 die zu einander normalen Richtungen der Konstituenten Π_1, Π_2, Π_3 des Tensortripels bezeichnen.

Für die homogen erregte Kugel vom Volumen k liefert (27) die Äquivalenz mit einem im Zentrum befindlichen, zu λ parallelen Dipol $(- +)$ vom Moment $\mathfrak{P}|k$, analog (28) die Äquivalenz mit drei zu den Achsen λ_1, λ_2, λ_3 parallelen Polquadrupeln $(+ - - +)$ mit den Momenten $|\Pi_1|k$, $|\Pi_2|k$, $|\Pi_3|k$. Ist die Erregung rings um die Richtung λ_3 zentrisch symmetrisch, also $|\Pi_1| = |\Pi_2|$, dann wird

$$\psi_2 = (|\Pi_3| - |\Pi_1|) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \lambda_3^2}. \qquad (29)$$

Hier bleibt nur ein Polquadrupel vom Moment $(|\Pi_3| - |\Pi_1|k)$ wirksam. Es treten dabei aus der Kugel in polaren Zonen von ca. 55° Kraftlinien aus und in der äquatorialen Zwischenzone ein.

Die Formel (20) liefert bei homogener Erregung wegen div $\Pi = 0$

$$\psi_2 = \int \left([\Pi \cdot \mathfrak{n}] \operatorname{grad} \frac{1}{r} \right) do, \qquad (30)$$

wobei $[\Pi \cdot \mathfrak{n}]$ durch (20′) definiert ist.

Legt man die Achsen x, y, z in die Richtungen Π_1, Π_2, Π_3 so gibt dies

$$\psi_2 = |\Pi_1| \int \alpha \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} do + |\Pi_2| \int \beta \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} do + |\Pi_3| \int \gamma \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} do, \qquad (31)$$

wobei wieder α, β, γ die Richtungskosinus der äußeren Normale $\mathfrak{n}$ auf do bezeichnen.

Ist $\Pi_1 = \Pi_2$, so gilt noch einfacher

$$\psi_2 = (|\Pi_3| - |\Pi_1|) \int \gamma \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} do. \qquad (32)$$

An diese letzte Formel seien zunächst einige Bemerkungen angeknüpft.

Die Erinnerung an bekannte Beobachtungsmethoden der polaren Pyro- und Piezoelektrizität legt nahe, für Beobachtungen über die analogen zentrischen Erregungen ein Präparat in Form eines geraden Zylinders parallel zur z-Hauptachse in Betracht zu ziehen. Nach (32) ist ein solches äquivalent mit zwei (gewöhnlichen) zur Mitte des Zylinders symmetrischen Doppelbelegungen der Grundflächen; es würde also aus den Grundflächen aus- und in die Mantelfläche eintretende Kraftlinien liefern, die aber nur in der unmittelbaren Nähe der Grundkanten größere Dichte haben könnten. Dieser Fall würde sich wegen der unmittelbaren Nachbarschaft stärkster $+$ und $-$ Äquivalent-Ladungen bei der stets vorhandenen oberflächlichen Leitfähigkeit der Kristalle für die Beobachtung nach gewöhnlicher Methode — nämlich mit aufgelegten metallischen Armierungen — weniger eignen.

Frei von diesem Übelstand ist die Form eines rhombischen (oder quadratischen) Prismas mit einer Diagonale parallel zu z, der Längsachse normal dazu, etwa parallel x. Hier liefert die in (25) angedeutete Umformung für ψ_2 den Ausdruck

$$\psi_2 = (|\Pi_3| - |\Pi_1|) \left| \gamma\beta \sum \left(+ \frac{1}{r} \right) dx + \gamma^2 \int \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} do \right|. \qquad (33)$$

Dabei sind γ, β die Richtungskosinus der äußern Normalen auf der Fläche zwischen $+y$ und $+z$; die Summe S bezieht sich auf die vier Seitenkanten des Prismas, und ist das positive Vorzeichen für die $+z$ und $-z$ zugewandten Kanten zu nehmen, das negative für die mittleren. Diese Kanten tragen also gemäß dem zu (25) ausgeführten äquivalente lineäre Ladungen. Zu ihrer Wirkung tritt in dem letzten Glied noch die Wirkung einer gewöhnlichen homogenen Doppelbelegung der vier Seitenflächen des Prismas, während die Grundflächen ohne Wirkung sind. Da eine geschlossene homogen belegte Doppelfläche auf äußere Punkte keine Wirkung ergibt, so kann man diese vier Seitenflächen auch durch die beiden Grundflächen mit einer inversen Belegung ersetzen. Dieselben dürften, wie oben gesagt, in der Praxis merkliche Effekte kaum liefern; dagegen bieten die

Ladungen der Seitenkanten ein günstiges Beobachtungsobjekt.

Dem oben betrachteten Prisma wirkt in mancher Hinsicht analog ein Rhomboeder oder ein quadratisches Oktaeder mit der Hauptachse parallel z. Hier nehmen alle Polkanten die eine, alle Mittelkanten die andere Ladung an.

Hat die Erregung des Kristalls nicht die durch $\Pi_1 = \Pi_2$ definierte Symmetrie, so gilt für ein rhombisches Prisma, das mit seiner Achse in die x-, mit den Diagonalen in die y- und z-Richtung fällt, bezüglich der Ladung der Kanten Ähnliches, wie oben ausgeführt. Die Erregung wird durch $\Pi_3 - \Pi_2$ gemessen und bei zyklischer Vertauschung der Orientierungen gelangt man zu Erregungen, die mit $\Pi_1 - \Pi_3$ und $\Pi_2 - \Pi_1$ proportional sind.

6. Die zentrische elektrische Erregung kann sowohl durch Temperaturänderung, als durch Deformation bewirkt werden, und, wie bei der polaren, bleibt es zunächst unentschieden, ob die thermische Erregung ganz oder nur zum Teil auf der die Temperaturänderung begleitenden Deformation beruht, ob also die zentrische Pyroelektrizität einen nicht auf Piezoelektrizität zurückführbaren Anteil (wahre Pyroelektrizität) enthält. Ebenso bleibt es zunächst unentschieden, ob ein Teil der beobachteten Erregung, und welcher, darauf beruht, daß infolge der rein geometrischen Veränderungen die ursprünglich die innern Momente kompensierende Oberflächenladung nach der Deformation diese Kompensation nicht mehr vollständig leistet. Beide Fragen sind, wenn es sich nur um den Nachweis der Existenz wirklicher zentrischer Erregungen handelt, zunächst irrelevant, da sie quantitative Verhältnisse betreffen, und es sich für die Beobachtung vorerst nur um qualitative Feststellungen handelt; sie sind deshalb auch bei den von mir seinerzeit durchgeführten orientierenden Beobachtungen mit Absicht zurückgestellt.

Jene nach Anleitung der oben entwickelten theoretischen Betrachtungen angestellten Beobachtungen betrafen die Wirkung einer merklich homogenen Erwärmung und einer homogenen Deformation durch einseitigen Druck, und zwar ebensowohl an Kristallen, die bei den benutzten Erregungsarten nach Symmetrie der Bedingung $\Pi_1 = \Pi_2$ genügen (Kalkspat, Dolomit, Beryll) als an solchen, die sie nicht erfüllen (Topas, Baryt, Cölestin). Die sämtlichen untersuchten Kristalle gehörten Gruppen an, die nach Symmetrie polare Erregungen überhaupt nicht liefern können; Störungen durch dergleichen waren also als ausgeschlossen anzusehen. Die Präparate hatten die Form gerader rhombischer Säulen, wie sie bei Formel (33) vorausgesetzt waren. Bei Kristallen des Typus $\Pi_1 = \Pi_2$ war das Präparat mit der Richtung der längeren Querschnittsdiagonale parallel der Hauptachse des Kristalls orientiert, bei den übrigen wurden die drei Orientierungen benutzt, in denen die Symmetrieachsen des Präparats mit denjenigen des Kristalls zusammenfielen. Die Präparate waren längs der Seitenkanten mit schmalen Metallbelegungen armiert und das eine Paar gegenüberliegender Belegungen mit dem einen, das andere mit dem andern Quadrantenpaar eines Elektrometers verbunden.

Die Wirkungen einer Temperaturänderung bzw. eines axialen Druckes wurden dann nach den Ausschlägen des Elektrometers abgeschätzt. Sie ergaben sich bei den Kristallen des ersten Typus gering, bei denen des zweiten im allgemeinen beträchtlich. Verschiedene Kontrollbeobachtungen ließen es kaum möglich erscheinen, daß es sich bei diesen Erscheinungen um sekundäre Effekte handelte; es ist hier aber nicht der Ort, darüber zu berichten. Nur ein Argument dafür, daß die Beobachtungen wirklich die im vorstehenden theoretisch bearbeiteten Erscheinungen betroffen haben, mag angeführt werden. Nach dem am Ende von § 5 Gesagten kommen bei drei Präparaten aus rhombischen Kristallen mit den drei oben beschriebenen (zyklischen) Orientierungen bei gleichen Erregungen die drei Differenzen $|\Pi_2| - |\Pi_3|$, $|\Pi_3| - |\Pi_1|$, $|\Pi_1| - |\Pi_2|$ zur Geltung. Diese Differenzen können nicht sämtlich gleiches Vorzeichen haben, und die durchgeführten Beobachtungen bestätigten dies in allen Fällen.

Es darf somit als wahrscheinlich gemacht bezeichnet werden, daß wirkliche zentrisch-symmetrische Pyro- und Piezoelektrizität existiert. Daraus folgt dann die Berechtigung, ihre Theorie weiter zu entwickeln, wozu, wie schon im Eingang bemerkt, in den folgenden Mitteilungen zum Teil auch durch Heranziehung der Gittertheorie ein Beitrag geliefert werden soll.

Anmerkung.

Nach Vollendung der vorliegenden Arbeit ist mir die Besprechung des (oben zitierten) Bornschen Buches über Dynamik der Kristallgitter bekannt geworden, die Herr Ewald in dieser Zeitschrift (17, 212, 1916) veröffentlicht hat. Die in derselben enthaltenen teils direkten, teils indirekten Bezugnahmen auf meine Arbeiten über Kristallphysik, speziell über Elastizität und Piezoelektrizität sind einigermaßen irreführend, so daß ich genötigt bin, ihnen entgegenzutreten.

Der Versuch Poissons, zu einer allgemeineren Elastizitätstheorie für Kristalle durch Vertauschung der gewöhnlichen Zentralkräfte mit

polaren zu gelangen, hat bekanntlich nicht zum Ziele geführt. Der Übergang von der rari- zu der multikonstanten Theorie gelang mir aber 1887 durch Heranziehung der mit polaren Kräften nach dem Energieprinzip notwendig verbundenen Drehungsmomente und der darauf beruhenden molekularen Drehungen. Eine quasiwillkürliche „Annahme", wie sich Herr Ewald ausdrückt, lag dabei nicht vor. Das Wort der geringen „Beliebtheit" einer solchen hat somit auch keinen Sinn. Faktisch sind mir in den verflossenen nahezu 30 Jahren Einwendungen nicht begegnet, sondern nur Zustimmungen, und neuerdings haben die Eigenschaften der flüssigen Kristalle die wechselseitigen Richtungstendenzen von Molekülen derartig evident gemacht, daß ihre Annahme oder Ablehnung gewiß nicht mehr von Eines „Belieben" abhängt. In der Tat hat Herr Born selbst einer soeben erschienenen Theorie der flüssigen Kristalle (Berl. Ber. Mai 1916) eben jene beanstandeten Drehungsmomente zugrunde gelegt.

Diese Drehungsmomente stehen mit Zentralkräften an sich nicht im Widerspruch, wenn nur die Moleküle nicht als einzelne Punkte angesehen werden; elektrische Dipole sind die einfachsten derartigen Gebilde. In der Tat habe ich mir die Drehungsmomente jederzeit auf derartige Weise bewirkt gedacht. Die von mir vorausgesetzten Moleküle waren also Gebilde mit sechs Freiheitsgraden, zwischen deren Teilen Zentralkräfte wirkten. Die für sie von mir durchgeführten Rechnungen gehen den Bornschen genau parallel; die Dreiteilung des Potentials, die Herr Ewald als charakteristisch für die letzteren bezeichnet, findet sich schon bei mir, ebenso der Hinweis, daß die verborgenen Bewegungen es sind, welche den Übergang zur multikonstanten Theorie bedingen. Herr Ewald kennt offenbar meine Arbeit, die er kritisch abtut, nicht und ignoriert auch die billige Beurteilung, die ihr Herr Born zuteil werden läßt.

Daß nun eine noch größere Zahl von Freiheitsgraden, dergl. Lord Kelvin in seiner Idee von 1890, oder ich in der meinigen von 1893[1]), oder die moderne Gittertheorie gegenwärtig heranzieht, a fortiori zur multikonstanten Theorie führen muß, ist völlig selbstverständlich. Daß die allgemeine Gittertheorie in der Kristallelastizität bisher etwas geleistet habe, was im Effekt und prinzipiell über das von mir Erreichte hinausgeht, kann ich daher im Gegensatz zu Herrn Ewald nicht zugeben. Was sie in Zukunft etwa leisten wird, kommt hier nicht in Frage.

Mit der Gewinnung meines phänomenologischen Ansatzes für die Piezoelektrizität aus der Gittertheorie verhält es sich ähnlich. Riecke hat 1892 für eine ziemliche Anzahl von Kristallgruppen gezeigt, daß man jenen Ansatz bei Heranziehung je einer sehr kleinen Anzahl von Freiheitsgraden ableiten kann. Es war völlig selbstverständlich, daß man denselben gewinnen mußte, wenn man die Zahl der Freiheitsgrade beliebig ließ. Demgemäß habe ich auch meine Vorstellung von 1893 in diesem Sinne gar nicht rechnerisch verwertet.

Die positive Leistung der von Herrn Born in Elastizität und Piezoelektrizität an die Gittertheorie angeknüpften Rechnungen ist der Nachweis, daß allgemein ein direkter Zusammenhang zwischen den elastischen und den piezoelektrischen Konstanten, der die Berechnung der einen aus den andern ermöglicht, nicht besteht. Die Wendung, die Herr Ewald in bezug hierauf gebraucht, scheint gerade das Entgegengesetzte auszudrücken. Was die Wirkung der kompensierenden Oberflächenladung und die damit zusammenhängende Frage der Beobachtbarkeit der absoluten Größe der dielektrischen Momente angeht, so beschränkt sich Herr Born darauf, ein von mir gegebenes Resultat auf seinen Gitteransatz anzuwenden. Diese Anwendung ist aber unzulässig infolge eines Fehlers, den der Bornsche Ansatz enthält und auf den ich in der nächsten Arbeit eingehen werde. Auch hier ist die Darstellung des Herrn Ewald irreführend.

Die Arbeit des Herrn Born ist in ihrer Gesamtheit so bedeutend — nach meiner Bezeichnung in einer Besprechung (Deutsche Literaturzeitung 1916 Nr. 23) „die wichtigste Förderung der Kristallphysik seit langer Zeit" — daß dergl. kleine Ausstellungen ihr gegenüber gar nicht ins Gewicht fallen. Dem Referat gegenüber, das gerade an nicht ganz einwandfreie Stellen schiefe Urteile über frühere Leistungen knüpft, mußte indes Verwahrung eingelegt werden.

Göttingen, Ende Mai 1916.

(Eingegangen 7. Juni 1916.)

1) Siehe dazu die vorstehende Arbeit S. 283.

BESPRECHUNGEN.

Heinrich Leiser, Die Welt der Kolloide. Bücher der Naturwissenschaft, herausgegeben von Siegmund Günther, Nr. 21. 8°. 121 S. mit 15 Abbildungen im Text und 7 Tafeln. Leipzig, Philipp Reclam jun. o. J. (1914). Geh. 0,40, in Leinen geb. 0.80 und in Leder oder Halbpergament geb. M. 1.50.

Die vorliegende kleine Schrift gibt eine Übersicht über die Grundbegriffe der Kolloidchemie in einer sehr populären und im großen und ganzen richtigen Darstellung. Ein eigenartiges sprachwissenschaftliches Versehen ist dem Verfasser insofern untergelaufen, als er an mehreren Stellen des Buches das Wort „Kolloid" anstatt vom griechisch-lateinischen πόλλα = colla = Leim vom lateinischen collum (= Hals) ableitet.

Werner Mecklenburg.

E. Leyst, Variationen und Störungen des Erdmagnetismus. 8°. 224 S. 10 Taf. Moskau 1914.

Der Zweck dieser umfangreichen Arbeit ist es, zu einer Einteilung der Störungen zu gelangen, da es zur Erforschung unübersichtlicher Naturerscheinungen (z. B. der Wolken) zweckmäßig sei, irgendein Sonderungsverfahren zu besitzen; man habe dann wenigstens eine erste Handhabe, die, wenn sie auch unvollkommen sei, doch zur Vertiefung der Erkenntnis den Weg weisen könne.

Das Material bilden 24 Jahre magnetischer Beobachtungen zu Petersburg, und die während dieser Zeit dort vorzeichneten 1010 Störungen. Als die gesuchte Einteilung wird die Unterscheidung in Deklinations-, Horizontalintensitäts- und Vertikalintensitätsstörungen vorgeschlagen, je nachdem welches der drei Elemente von der Störung vornehmlich betroffen wird. Diese Einteilung will dem Referenten als wenig glücklich erscheinen, da sie eine durch das Zusammenspiel der Schwere- und magnetischen Kräfte der Erde bedingte Eigentümlichkeit unserer Meßkunst als eine natürliche hinstellt, als eine rein erdmagnetisch gegebene. Wir beobachten eben meist D, H und Z, weil sie der unmittelbaren Beobachtung leichter zugänglich sind als etwa die rechtwinkligen Komponenten längs geographischer Hauptachsen. Aber auch diese sind nicht das unmittelbar Gegebene, sondern es sind dies die Intensität und die Richtung. Trotzdem ist es nicht zwecklos, diesen Vektor irgendwie zu zerlegen, etwa um zahlenmäßige Verhältnisse zu gewinnen, allein dann müssen die Komponenten auch in einerlei Maß gemessen sein, man kann nicht, wie hier geschehen, zwei davon in Gauß und den dritten in Bogenminuten ausdrücken.

Beachtet man diese Bedenken beim Betrachten der Ergebnisse, so sind diese doch von Wert, indem sie dartun, wie sich in den einzelnen Jahren und in Petersburg anders als in dem vergleichsweise herangezogenen Potsdam die Störungen auf die Richtung und die Intensität des Feldes verteilen.

Ein großer Teil der Arbeit ist den täglichen Gängen gewidmet, wobei aber nicht der Mittelwert, sondern der Zentralwert der Untersuchung zugrunde gelegt wird. Dem liegt der (von Lamont eingeführte) bei geophysikalischen Beobachtungsreihen stets berechtigte Verdacht unter, daß für das betrachtete Element der Mittelwert nicht der wahrscheinlichste ist. Hat man diesen Verdacht, so muß man gestörte Tage und ruhige voneinander trennen; eine jede dieser beiden Reihen aber kann durch nichts physikalisch besser gefaßt werden, als durch den Mittelwert (siehe auch die weiteren Ausführungen von Ad. Schmidt über diesen Punkt in d. Erg. d. magn. Beob. Potsdam i. J. 1913, S. 31).

Was den Untersuchungen trotz dieser Einwände erhöhte Bedeutung verleiht, das ist die große Vertrautheit des Verfassers gerade mit dem Petersburger Material, das er in früheren Arbeiten einer scharfen kritischen Beurteilung unterworfen hat.

A. Nippoldt.

J. Goldschmied, Handbuch der voraussetzungslosen Fundamentalwissenschaft. gr. 8. XIV u. 724 S. mit 76 geometrischen Figuren. Wien und Leipzig, Wilhelm Braumüller. 1915. 24 Kronen = M. 20.—

Die „voraussetzungslose Fundamentalwissenschaft" ist nach Ansicht des Verf. „berufen, in Zukunft an die Stelle der theoretischen Physik zu treten." (S. VIII.) Es ist klar, daß die Sicherheit der Ergebnisse einer Wissenschaft die korrekte Anwendung einer richtigen Methode zur notwendigen Voraussetzung hat, mit der Methode steht und fällt jede derartige Untersuchung. Dies kommt auch in den folgenden Sätzen des Vorworts zum Ausdruck: „Für die Richtigkeit der angenommenen Anschauungen bürgt nicht nur die strenge Konsequenz ihrer Ableitung, sondern auch ihre innere Widerspruchslosigkeit und Einheitlichkeit". (S. VIII.) „Die strenge Konsequenz der Ableitung ist schon an und für sich dazu geeignet, die Richtigkeit der durch sie gewonnenen Erkenntnis zu verbürgen". (S. V.) Hier drängt sich zunächst eine Frage auf. Die bloße Konsequenz im Schließen ist, wenn auch notwendig, so doch sicher nicht hinreichend, es müssen vielmehr auch die Voraussetzungen, aus denen geschlossen wird, feststehen. Ist auch nur eine Prämisse falsch, so dient alle nur denkbare Strenge der Schlüsse nur dazu, den Irrtum aus einem Schlusse in den nächsten hinüberzunehmen. Wenn nun auch die Prämissen wieder durch Schlüsse begründet sein mögen, so müssen wir doch einmal zu Voraussetzungen gelangen, die ohne Beweis feststehen. In einer voraussetzungslosen Wissenschaft könnten dies logischerweise nur Definitionen sein. So verfährt der Verf. in der Tat:

„Da nur die aus Definitionen hervorgehenden Distinktivprämissen nicht abgeleitet werden, so müssen alle Deduktivprämissen ursprünglich aus Distinktivprämissen abgeleitet worden sein; somit müssen alle begründeten, also korrekten Prämissen ihre Begründung in der Definition ihres Themas finden." (S. 106.)

Der Verf. glaubt also aus bloßen Definitionen, also inhaltlich leeren Sätzen, neue Sätze erschließen zu können. Hier liegt sein methodischer Grundirrtum. Denn auf Grund einer Definition allein, einer willkürlichen Verbindung von Merkmalen zu einem neuen Begriff, läßt sich nie etwas über die Wirklichkeit aussagen, mag auch der definierte Begriff vollkommen widerspruchsfrei sein. Ebensowenig erweitert die Einführung einer neuen Bezeichnung

unsere Erkenntnis. Wo der Verf. dennoch zu Aussagen über die Wirklichkeit gelangt, muß dies auf einer inkonsequenten Anwendung seiner Methode beruhen.

Ich greife zwei Beispiele heraus. Der Verf. will auf S. 56 zeigen, daß alles Reale etwas Räumliches ist, sich also im Raume befindet:

„Soll der Bestand eines realen Substrats überhaupt möglich sein, so muß dasselbe irgendwo vorkommen; denn würde man letzteres leugnen, so käme das Substrat nirgends vor; dies ist aber identisch mit seinem Nichtbestande."

Man sieht ohne weiteres, daß der letzte Satz gerade die zu beweisende Behauptung enthält. Wir haben es also mit einer Petitio principii zu tun. Die Begründung der Behauptung ist also jedenfalls mißlungen, man mag sie im übrigen für richtig oder falsch erklären.

Die Konstanz der Materie sucht der Verf. auf S. 47 folgendermaßen zu beweisen:

„Da Nichts unleugbar dasjenige ist, was nicht Etwas ist (2.), so kann Nichts unter keinen Umständen zu Etwas werden; keine Sache kann daher aus Nichts hervorgehen; somit kann auch kein Wesensindividuum und kein Stoffteil aus Nichts hervorgehen (entstehen). Die Menge irgendeines Stoffes kann daher auch nicht vermehrt werden."

Gleich zu Anfang wird hier entweder die falsche stillschweigende Voraussetzung zugrunde gelegt, daß allgemein logisch ein Ding nicht zu einem anderen werden kann. Oder aber, spezieller gefaßt, müßte die fehlende zweite Prämisse lauten: unter keinen Umständen kann, was nicht Etwas ist, zu Etwas werden. Dies ist der erschlossene Satz, bloß daß hier das „Nicht Etwas" „Nichts" genannt wird. Das Ganze läuft auf die offene Einführung einer neuen Bezeichnung und die versteckte Einführung des zu beweisenden Satzes hinaus. Der Gewinn ist, sowohl vom Standpunkt des Physikers als auch des Philosophen betrachtet, bloßer Schein.

So muß es auch sein, denn die bloße Logik ist nicht imstande, uns zu inhaltlich neuen Erkenntnissen der Wirklichkeit zu führen, diese müssen vielmehr aus anderen Quellen stammen. Jede Grundlegung der Naturwissenschaften muß nach Ansicht des Ref. auf Irrwege geraten, die ihre Aufgabe unternimmt, ohne sich die Frage gestellt und sie beantwortet zu haben, welches denn diese Quellen sind. Es ist die von Hume aufgeworfene Frage nach dem Ursprung der menschlichen Erkenntnis, das eigentliche philosophische Grundproblem, dessen Auflösung Kant und Fries gegeben haben.

In durchaus anerkennender Weise muß der Ref. dazu Stellung nehmen, daß der Verf. im vorliegenden Buch die Frage nach den Grundlagen der Physik aufwirft und zu beantworten sucht. Für den Ernst des Verf. spricht die mühsame Arbeit, die in den schwierigen und ausgedehnten Schlußketten und den Definitionen des Verf. enthalten ist. In umso höherem Maße ist es zu bedauern, daß ein solcher Arbeitsaufwand durch die Unzulänglichkeit der angewandten Methode im wesentlichen seiner Früchte beraubt wird.

M. Hasselblatt.

A. Cohen-Kysper, Die mechanischen Grundgesetze des Lebens. 8. VIII und 373 S. Leipzig, J. A. Barth. 1914. M. 7.—, geb. M. 8.—.

Cohen-Kysper stellt zwei Grundgesetze für die Vitalmechanik der Lebewesen auf, das Prinzip des Ausgleiches und dasjenige der höherstufigen Integration.

Unter „Ausgleich" versteht er Streben nach Gleichgewichtslage, also die Tatsache, daß jedes lebende System ebenso wie andere materielle Systeme auf dem zulässig kürzesten Wege und innerhalb der Grenzen seines Zwanges einer Ruhelage zustrebt, in welcher die Kräfte des Systems sich gegenseitig „ausgleichen", also in Gleichgewicht miteinander geraten.

Äußere Einflüsse (= Reize) der Umwelt oder Einwirkungen eines Bestandteiles des Organismus auf einen anderen Bestandteil desselben Individuums heben aber einen entstandenen Ausgleich immer wieder auf, und bringen durch dieses Aufheben das vitale System, das dann wieder nach Ausgleich strebt, immer wieder zum Funktionieren. So muß das Vitalsystem immer wieder in einen Zustand gebracht werden, von dem aus es, nach Ausgleich strebend, seine vitalen Funktionen vollziehen kann.

Der Vorgang, der das lebende System in den funktionsfähigen Zustand — vergleichbar dem jedesmaligen Verkürzungsvorgang nach vorübergehender Zugwirkung bei einem in periodischem Wechsel lang gezogenen und wieder frei gelassenen elastischen Stabe — zurückversetzt, braucht nun nicht immer zu ein und denselben Ausgangszuständen zurückzuführen, sondern er kann die Bildung von Vitalsystemen höherer Ordnung zur Folge haben; er wird in solchen Fällen dann vom Verfasser als „Integration" bezeichnet. Diese „Integration", d. h. demnach der Übergang eines mechanischen Systems während seines Ausgleiches zu einem System höherer Ordnung, vollzieht sich nach dem gleichen Prinzip, nach welchem sich zwei Atome H mit einem Atom O in eine neue Ausgleichslage H_2O begeben, die mit ganz neuen Eigentümlichkeiten ausgestattet ist. Auch in der unbelebten Natur integrieren sich zwar Atome zu Molekülen und Moleküle integrieren sich zu den höheren Systemen der Molekularverbände fester und flüssiger Körper (die molekulare Integration ist dadurch alsdann zur „molaren" Integration geworden); vitale Systeme aber setzen ihre Integration da fort, wo die molekulare Integration der unbelebten Systeme ihr Ende erreicht. Die molaren Integrationen von Molekülen werden nämlich in der Vitalmechanik weiter bis zur Zelle und von dieser aus bis zum vielzelligen Organismus integriert, der dadurch seinen Entwicklungsgang vom Keim zum ausgebildeten Zustand erhält. Die Größe des Problems der Vitalmechanik läßt sich „daran ermessen, daß sich auch die besonderen Bedingungen noch nicht angeben lassen, unter welchen sich zwei Atome Wasserstoff mit einem Atom Sauerstoff zu einem Molekül Wasser vereinigen."

Obgleich die Darstellung des Verfassers reichlich abstrakt gehalten ist, läßt sich nicht leugnen, daß das Buch dem Biologen und Vitalmechaniker eine in mancher Beziehung vielleicht recht nützliche und fruchtverheißende Anschauungsform oder wenigstens eine praktisch verwendbare Bezeichnungsweise bietet auch für die Gebiete der Zelldynamik, der Psychomechanik, der Ontogenie und der Phylogenie, die in besonderen Abschnitten, allerdings ohne Eingehen auf spezielle, einer Kritik unmittelbar zugängige und als Prüfsteine für die Theorie verwendbare Beispiele, behandelt werden.

Rhumbler.

L. Wunder, Physik für Lehrer aller Schulgattungen. gr. 8. XVI und 351 S. mit 181 Abbildgn. im Text. Hildesheim u. Leipzig, August Lax. 1914. Preis geh. M. 6.—, geb. M. 7.—.

Die vorliegende Schrift bildet den ersten Band des von A. Pabst herausgegebenen Sammelwerkes: Der naturwissenschaftliche Unterricht auf der Grundlage des Arbeitsschulgedankens. Seit etwa 10 Jahren haben ja auf dem Gebiete des naturwissenschaftlichen Unterrichts Reformbewegungen eingesetzt, die darauf abzielen, die bisherigen Demonstrationsversuche aus der Hand des Lehrers in die des Schülers zu verlegen. Der Schüler soll einen Vorgang nicht bloß an seinen Augen vorbeiziehen lassen, sondern er soll ihn auch innerlich miterleben, indem er ihn unter seinen eigenen Händen und unter Mitwirkung seiner sämtlichen Sinne entstehen und vergehen sieht. Indem sämtliche Schüler einer Klasse so zur Selbsttätigkeit herangezogen werden, wird der Unterricht zur sogenannten „Arbeitsschule". Naturgemäß können nicht alle Experimente, die vom Lehrer bisher ausgeführt wurden, nun vom Schüler übernommen werden. Für diesen kommen nur solche in Frage, die sich mit naheliegenden und leicht zu beschaffenden Hilfsmitteln ausführen lassen. In dem vorliegenden Buche hat sich nun der Verf. das Verdienst erworben, für jedes Gebiet der Physik eine große Auswahl ganz einfacher und mit den billigsten Mitteln ausführbarer Versuche zusammenzustellen. Es ist erstaunlich zu sehen, welche Unmenge reizvoller Versuche sich mit Zwirn, Nägeln, Steinen, Christbaumkerzchen, Weißblechabfällen, Zündhölzern usw. ausführen lassen. Besonders gelungen ist der 4. Abschnitt: „Von den mechanischen Hilfsmitteln der Arbeitsschule", in dem die verschiedenen Verfahren des Weich- und Hartlötens, das Arbeiten mit Gasrohren und Wasserleitungsrohren, mit Stahl, Holz, Glas usw. eingehend behandelt werden. R. Lucas.

H. Boruttau, Die Arbeitsleistungen des Menschen. Einführung in die Arbeitsphysiologie. 8. 88 S. m. 14 Figuren. 539. Bändchen der Sammlung „Aus Natur und Geisteswelt". Leipzig, B. G. Teubner. 1916. M. 1.—, geb. M. 1,25.

Bei dem Versuch, den Menschen in seiner Eigenschaft als Arbeitsmaschine zu betrachten und seine Leistungen möglichst zahlenmäßig in mkg auszudrücken, beginnt der Verf. mit einer Erörterung der physikalischen Grundbegriffe von Kraft und Kraftmaß, der beiden thermodynamischen Hauptsätze und ihrer Anwendung auf die Wärmekraftmaschinen, bespricht dann die hauptsächlich am isolierten Froschmuskel gefundenen Gesetzmäßigkeiten der Muskelzuckung, ihren Nutzeffekt und die neueren Befunde, nach denen der Muskel kein Wärmemotor, sondern eine chemische Maschine ist, und führt im 3. Kap. die Untersuchungen an, die über das Zusammenwirken der Muskeln und die Mechanik der Fortbewegung mit Hilfe der graphischen und kinematographischen Registrierung angestellt sind. Es zeigt sich, daß die Arbeit, die ein Mensch beim Gehen leistet, auf direkte Weise noch zu schwierig zu messen ist aber mittelbar aus dem gleichzeitigen Sauerstoffverbrauch oder der Kohlensäureproduktion berechnet werden kann, wobei besonders die Zuntzschen Versuche herangezogen werden. Die die Muskelbewegung hervorrufenden Nervenprozesse entziehen sich als auslösende Faktoren einer Bestimmung nach physikalischen Maßen. Im Schlußkapitel wird eine Berechnung angestellt, wonach die Tagesleistung sämtlicher Menschen der Erde auf 42,5 Billionen mkg geschätzt wird, die sämtlicher Zugtiere etwa ebenso hoch, im Gegensatz zu den 320 Billionen mkg, die von den künstlichen Kraftmaschinen im Dienste des Menschen geleistet werden, und wird auf die Wichtigkeit der Bemühungen hingewiesen, die menschliche Arbeit zu rationalisieren und die Leistungsfähigkeit zu steigern. Durch Bezugnahme auf das neu gegründete Institut für Arbeitsphysiologie wird dem aktuellen Interesse Rechnung getragen.

U. Ebbecke.

K. Kraus u. H. Böttger, Grundriß der Chemie für Lehrer- und Lehrerinnen-Seminarien und verwandte Lehranstalten. gr. 8. 222 S. mit 62 Holzschnitten. 6. Aufl. Leipzig, A. Pichlers Witwe & Sohn. 1915. Preis gebunden M. 1.70.

Das bereits in 6. Auflage vorliegende Buch gliedert sich in 4 Abteilungen, die Chemie der Metalloide (1—110), die Chemie der Metalle (110—158), die organische Chemie (159—201) und die physiologische Chemie (206—216). Auf die Beziehungen zum praktischen Leben ist besonders Wert gelegt, insbesondere findet man die verschiedenen „küchenchemischen" Fragen eingehend erörtert. Wertvoll ist der einem jeden Kapitel beigefügte Übungsstoff, der den Leser zur Selbsttätigkeit anregt und ihm das Material zur Einübung und selbständigen Anwendung des Gelernten bietet.

R. Lucas.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Prof. v. Laue hat seinen Mitarbeitern an der ersten Untersuchung über Röntgenstrahlinterferenzen Herren Dr. W. Friedrich und Dr. P. Knipping, vom Nobelpreis je 15000 M. überwiesen.

Habilitiert: An der Universität Münster Dr. Erwin Ott für Chemie.

Ernannt: Der a.o. Professor an der Deutschen Technischen Hochschule Prag Dr. Theodor Pöschl zum ord. Professor für allgemeine und theoretische Mechanik ebenda, der ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Rudolf Fueter in gleicher Eigenschaft an der Universität Zürich.

Verliehen: Dem Privatdozent der Chemie an der Universität Berlin Dr. Gustav Witt der Titel Professor, dem etatsmäßigen Professor für Chemie der Nahrungsmittel und Geschichte der Chemie an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Karl v. Buchka der Titel Wirklicher Geheimer Oberregierungsrat.

Vom Lehramt zurück: Der Professor der technischen organischen Chemie an der Technischen Hochschule Trondhjem B. F. Holvorsen (zwecks Übertritt zur Norsk Hydroelektrisk Kvaelstofaktieselskab in Kristiania).

Gestorben: Der ord. Professor für Physik an der Universität London, sowie auswärtiger Sekretär der Physical Society Silvanus P. Thompson, der frühere a.o. Professor für chemische Technologie an der Universität Göttingen Dr. Ferdinand Fischer, der frühere ord. Professor der Physik an der Universität Zürich Dr. Alfred Kleiner, der englische Physiker Henry G. J. Moseley (gefallen am 10. August 1915 an den Dardanellen).

Für die Schriftleitung verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Fig. 1.

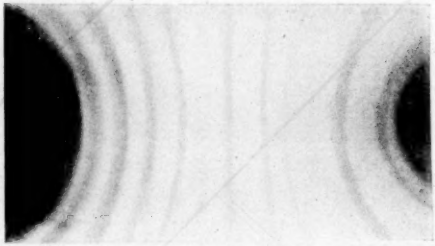


Fig. 2.

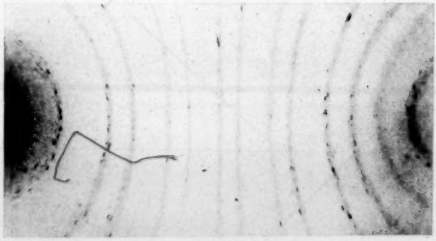


Fig. 3.

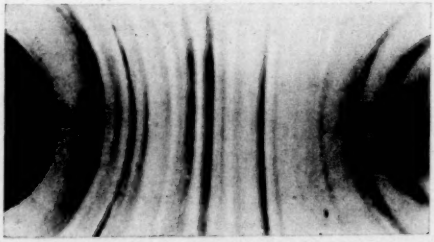


Fig. 4.